

第二章 孔徑與瞳之處理 (Aperture and Pupil)

2.1 簡介

2.2 輻射學的概念與術語 (Radiometric Concepts and Terminology)

2.2.1 輻射率守恆定理 (Radiance conservation theorem)

2.2.2 平圓光源的輻照度 (Irradiance by a flat circular source)

2.2.3 Cos⁴ 定律

2.2.4 漸暈 (Vignetting)

2.2.5 輻照度的計算 (Computation of irradiance)

2.3 光欄及瞳 (stops and pupils)

2.4 光學系統佈局 (optical system layout)

2.4.1 薄透鏡 (Thin lens)

2.4.2 照相物鏡 (photographic objective)

2.4.3 放大鏡 (magnifier)

2.4.4 望遠鏡 (telescope)

2.4.5 轉像系統 (Relay system)

2.4.6 遠心透鏡 (telecentric lens)

2.5 指明透鏡孔徑 (Specifying lens apertures)

2.5.2 特殊孔徑 (Special Apertures)

參考文獻

習題

2.1 簡介

針孔像機 (pinhole camera) 是完美的光學系統。若針孔非常地小，則解析度極限將只受限於繞射 (diffraction)。只是不幸地，因為孔小所以影像將相當暗 (dim)。角解析度 (angular resolution) 為：

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{d_p} \quad (2.1)$$

其中 λ 為入射光波長， d_p 為針孔半徑¹。此關係指出孔洞愈大，則解析度愈好。當然，為了遷就一個較大的針孔，後焦 (back focus) 也必須變大，而此相機的尺寸則很快地增大以致無法使用。一個解決方案是在針孔後面放置一組透鏡，以有效地移動像平面，使之接近針孔。另一方面，我們的確也可以製造孔洞，讓其儘可能地加大，直到影像的輻照度 (irradiance) 增加到令人滿意為止。而同時解析度也可以增加。顯而易見地，一個光學系統的孔徑或孔洞是其規格中重要的一種。對孔徑尺寸的限制是在於：若孔徑變得太大，則由於雜光，影像品質將惡化。

¹ 列為習題。

另外孔徑過大，意味相關光學元件也大，會不夠經濟。光學設計者的一個任務是在複雜化的設計與孔徑指定的要求之間求得平衡。

2.2 輻射學的概念與術語 (Radiometric Concepts and Terminology)

經過一個光學系統之光的多寡是一個輻射學(radiometry)的議題。雖然輻射學是相當廣泛，但我們只關心跟光學設計的重要基本定律及幾何關係有關的素材。輻射學中的主要術語及概念其本質是幾何式。若光學系統是可見光(visual)，則此課題稱為光度學 (photometry)，若此系統是物理性的(physical)或光不再侷限於可見光，我們則稱為輻射度學 (radiometry)。為了單純化，我們只使用輻射學的術語。底下我們使用一球座標系統 (spherical coordinate system) 以方便討論。

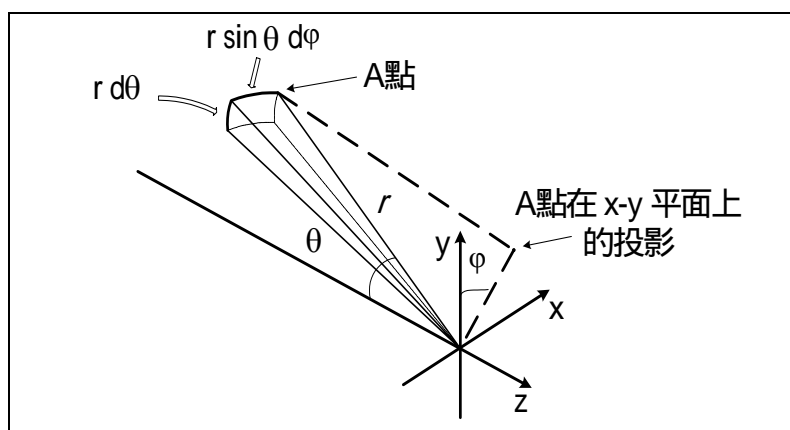


圖 2.1 球座標系統

如圖 2.1 顯示的座標系統，面積的微分量為

$$dA = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.2)$$

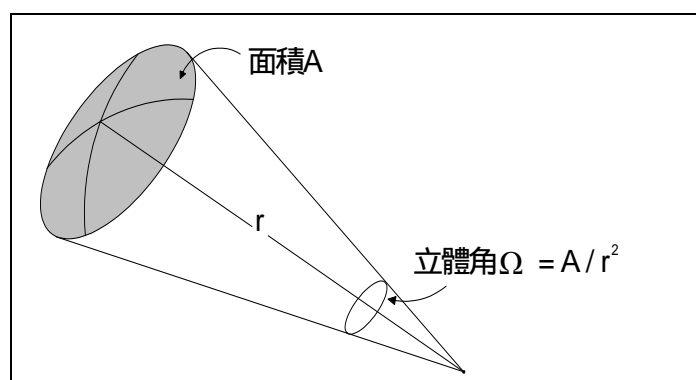


圖 2.2 立體角示意圖

如圖 2.2 所見，相對於所撐開的面積 A ，一點的立體角 (solid angle) ，定義

成以面 A 為球面邊界邊緣的面積除以球半徑的平方。在球座標系統中，立體角的微分量為：

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta d\theta d\phi \quad (2.3)$$

許多系統或所處理的問題其本身具有輻角對稱 (azimuthally symmetry)。在這些問題中，考慮立體角的微分量，成為一個環狀椎 (annular cone) 是方便的，如圖 2.3 所示，若此面為圓形，從 P 點看到的對應角為 θ_0 ，如此：

$$\Omega = 2\pi \int_0^{\theta_0} \sin\theta d\theta = 2\pi(1 - \cos\theta_0) = 4\pi \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \quad (2.4)$$

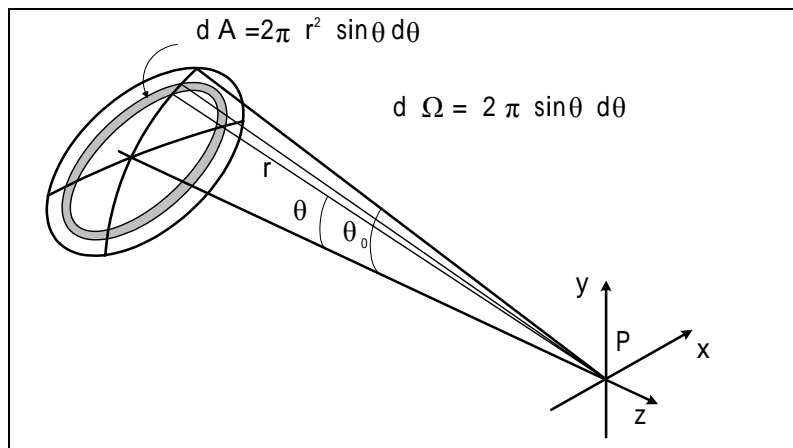


圖 2.3 立體角的微分量與環狀椎

一般輻射學考慮的是非同調光源 (incoherence light source) 來的輻射之傳播和量測。在討論非同調光源而來的光之前，我們先介紹下面幾項術語：

- 1、 能量的時變率 (the time rate of change of energy) 稱為通量 (flux)，記為 Φ ，公制(MKS)單位下，通量的單位是瓦特 (watt)。
- 2、 照到一面上的每單位面積之通量為面的輻照度 (irradiance of the surface)，記為 E 。在公制(MKS)單位下，輻照度之單位為 watts/m^2 。
- 3、 由一小光源來的每單位立體角之總通量稱為強度 (intensity)，記為 I 。定義強度時，已假設光源的大小與量測強度的點之距離相比較很小。在公制(MKS)單位下，它的量測單位是 watts/sr 。一均勻(uniform)點光源在所有的方向上輻射均相同，這樣的光源其強度為：

$$I \equiv \frac{d\Phi}{d\Omega} = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (2.5)$$

- 4、 非點光源光源(extended source)的時候，我們需要一項描述光源單位面積的

強度。此一廣義的量稱為光源的輻射率 (radiance), 其定義為投射在觀察方向上的單位立體角單位面積下輻射的通量, 記為 L 。

$$L = \frac{d^2\Phi}{dA \cos\theta d\Omega} \quad (2.6)$$

一個輻射率與方向無關的光源稱為 Lambertian 光源。黑體輻射是 Lambertian 光源, 大部份漫射面 (diffusing surface) 其表現近似 Lambertian 光源。²

2.2.1 輻射率守恆定理 (Radiance conservation theorem)

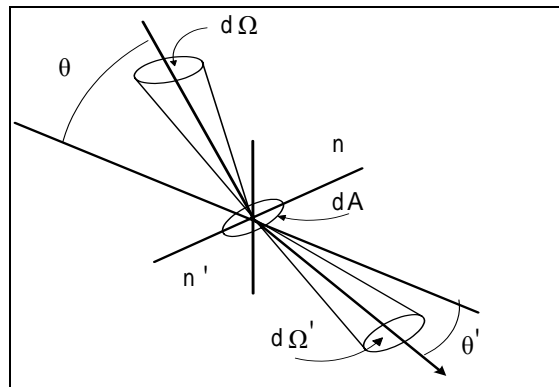


圖 2.4 光束集傳遞

輻射率沿著一任意給定的光束集 (any tube of rays) 在傳遞經過一光學系統是守恆不變。這即是所謂的輻射率守恆定理。如圖 2.4 所示: 考慮一個將介質分為折射率 n 與 n' 的邊界, 令 dA 是邊界上的無窮小面積元 (infinitesimal area), 從包含立體角 d 的光管 dA 上的通量為:

$$\frac{d^2\Phi}{dA} = L \cos\theta d\Omega \quad (2.7)$$

此通量將傳入第二個介質, 則在第二個介質輻射率將成為:

$$L' = \frac{d^2\Phi}{dA \cos\theta' d\Omega'} \quad (2.8)$$

沿著第二個介質中的光管之輻射率與沿著第一個介質中的光管之輻射率是有關係, 其關係如下。

$$L' = L = \frac{\cos\theta d\Omega}{\cos\theta' d\Omega'} \quad (2.9)$$

現在

$$\frac{d\Omega}{d\Omega'} = \frac{\sin\theta d\theta d\phi}{\sin\theta' d\theta' d\phi'} \quad (2.10)$$

²在 OSLO 中有內建 Lambertian 光源供選用。(指令為 Source >> Edit Extended Sources 或 View Extend Source Image 再挑選)。

既然入射光線和折射光線是共平面 (co-planar), 我們得到 :

$$d\phi = d\phi' \quad (2.11)$$

對司乃耳定律作微分, 可得 :

$$\begin{aligned} n \sin \theta &= n' \sin \theta' \\ n \cos \theta d\theta &= n' \cos \theta' d\theta' \end{aligned} \quad (2.12)$$

將上式代入(2.9)式, 得到 :

$$\begin{aligned} L' &= L \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \\ \frac{L'}{n'^2} &= \frac{L}{n^2} \end{aligned} \quad (2.13)$$

所以輻射率除以折射率平方, 在沿著光管上即使是不同介質也一樣, 此結果稱輻射率守恆定理。對不同調光源而言, 它暗示著使用一個透鏡光學系統是不可能增加輻射率。在成像時, 一個透鏡只增加一個光源的立體角而非輻射率。

2.2.2 平圓光源的輻照度 (Irradiance by a flat circular source)

就一個平且圓(flat, circular)光源並假設其輻射率(radiance)均勻分佈在對應張角為 θ_0 在一個的小平靶上, 讓我們考慮輻照度(irradiance)。參見圖 2.5, 由 (2.6) 式之輻射率(radiance)的定義 :

$$\frac{d^2\Phi}{dA} = L \cos \theta d\Omega \quad (2.14)$$

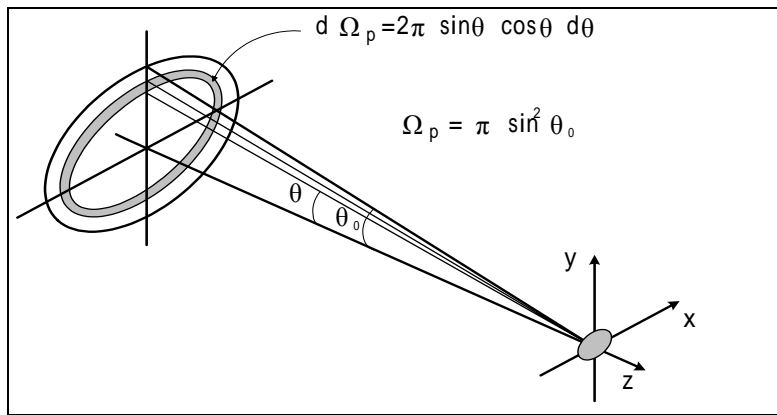


圖 2.5 平圓(flat, circular)光源輻照度計算示意圖。 Ω_p : 源的投影立體角。

所以輻照度(irradiance)為 :

$$\begin{aligned} E &= \frac{d\Phi}{dA} = 2nL \int_0^{\theta_0} \sin \theta \cos \theta d\theta \\ &= L\pi \sin^2 \theta_0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

$\pi \sin^2 \theta_0$ 一量有時候稱為對應光源的投影立體角 Ω_p , 所以 :

$$E = L\Omega_p \quad (2.16)$$

此結果是算一面上的輻照度的基本公式，它闡明當由面上看時輻照度等於光源輻射率乘上對應光源的投影立體角。所以，欲計算輻照度，我們想像我們在面上，並回頭看光源決定對應它的立體角。

在 OSLO 中，描述光束的會聚的量是數值孔徑(numerical aperture)，簡寫為 NA 及光圈數(f-number)(或叫相對孔徑(relative aperture))，簡寫為 FNB。數值孔徑由下式定義：

$$NA = n \sin \theta_0 \quad (2.17)$$

其中， n 是折射率。光圈數(f-number)由下式定義：

$$FNB = \frac{1}{2NA} \quad (2.18)$$

利用這些關係式，代入 (2.15)，我們可以找到：

$$E = \frac{\pi L N A^2}{n^2} = \frac{\pi L}{4n^2 FNB^2} \quad (2.19)$$

2.2.3 Cos⁴ 定律

對一個非均勻 (non-uniform) 系統或離軸 (off-axis) 系統，(2.15) 式的積分必須數值求出。有一個簡單的離軸案例可以很快給定。此案例考慮的是光源很小的情況，如圖 2.6 所示：

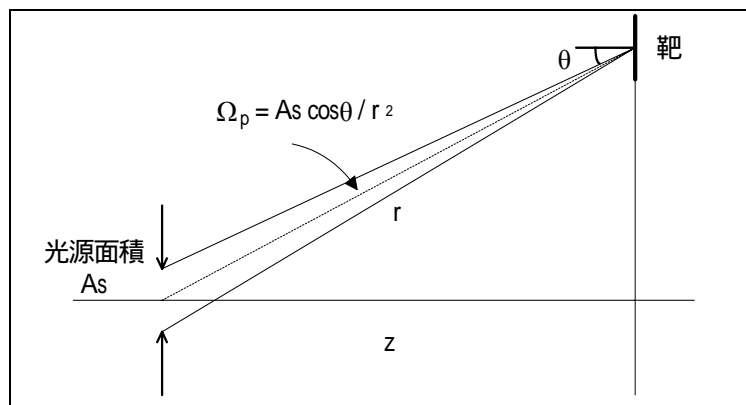


圖 2.6 簡單的離軸案例總輻照度計算示意

在此情況中，因為從靶上看到的光源之投影立體角隨 $\cos \theta$ 減少，而且從光源到影像的距離 r 隨 $\cos^2 \theta$ 減少，所以增加光源的投影立體角 Ω_p 隨 $\cos^3 \theta$ 減少。此外，靶的投影面積隨 $\cos \theta$ 減少，所以靶的總輻照度變成：

$$I = I_0 \cos^4 \theta \quad (2.20)$$

對成像的亮度， \cos^4 定律是一個有用的粗算公式。它給出一個成像亮度的變化趨勢常見規則。

2.2.4 漸暈 (Vignetting)

因為多個孔徑的使用及離軸之故，很多使用離軸的光學系統會有所謂漸暈 (Vignetting) 影響，並不遵循 \cos^4 定律。漸暈是用來指明離軸物體因兩個孔徑的軸分離所引起的孔徑變小(reduction)。漸暈的簡單例子可以藉由斜角觀看的一個短的管來說明。如果是在沿著短管中間(亦即“光軸”)直接看出，則視野(孔鏡)影響之結果形如圖 2.7 左邊。

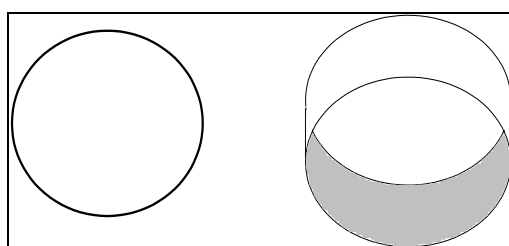


圖 2.7 孔徑變小(reduction)的漸暈(Vignetting)效應

但若離軸斜看，則形如右邊。如圖所示，右邊的貓眼孔徑 (cat's-eye aperture) 是透鏡漸暈中的典型型態。在一個透鏡中，每一個元件的孔徑藉由透鏡在孔徑與觀察者之間成像，通常有不同的放大率，結果當然會更複雜。

雖然漸暈由輻射度的觀點是不好，但它通常對一個設計者在接近透鏡邊緣發生的像差光線的控制是有用。例如對 Cooke 三合透鏡，可以用漸暈來擋掉有像差的光線以使系統有較好的成像品質。

漸暈可以由近軸光線數據去估計。如果經過一系統的主光線(chief ray)由一個離軸的物點開始覓跡(ray-traced)，若此系統沒有任何的漸暈，則每一個透鏡的孔徑半徑至少必須和透鏡上的軸光線(axial ray)與主光線高度的絕對值之總和一樣大。如果使用者沒有指定孔徑值，則 OSLO 會使用這個方法去計算透鏡之孔徑半徑並內定為孔徑值。

2.2.5 輻照度的計算 (Computation of irradiance)

OSLO 使用上述之模型計算輻照度，換言之就是在像空間決定視面 (apparent surface) 所對應的立體角，並乘以光源的輻射率以決定輻照度。OSLO 只計算相對於軸上值 (on-axis value) 的輻照度(irradiance)，所以光源上真正的輻射率(absolute value of the source radiance)並沒有使用。OSLO 這樣子的計算比較快，也很有效，但在實際上對於雜光(stray light)所帶來的光量就無

能為力。一般而言用 OSLO 作完設計與最佳化之後，還需要引用它類軟體³作雜光與鬼影分析。

在 OSLO 中有兩個模型可以用來近似實際的孔徑。在第一個模型裡，實際的孔徑是由一個經過其頂部、底部及最大的 x 範圍之橢圓形來近似。近似參見圖 2.8。

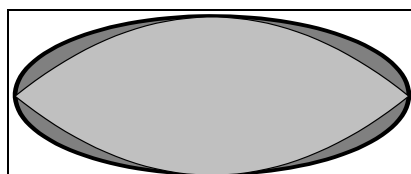


圖 2.8 OSLO 孔徑近似模型

第二個模型則只在 OSLO SIX 中可以使用。經過光學系統光線以格子點分佈(a grid of rays)來作覓跡，格子點分佈的設定使得每一條光線對應到像空間中的一個相當量的立體角，而且根據在物空間中它所對應的立體角來作加權。這個演算法使得像空間中的每一個小面積的輻照度與座落於其上的光線數目的權重總和成正比。

在 OSLO 中的照度(illumination)計算之型態要有正確結果，必須使用等光程光線瞄準 (aplantic ray aiming) 而不是近軸光線瞄準 (paraxial ray aiming)。至少對於是有限長度的共軛(finite conjugate)系統，使用等光程光線瞄準是一定要的。在等光程光線瞄準，光束的比例座標 (fractional coordinates) 是根據數值孔徑(numerical aperture)。但近軸光線瞄準，光束的座標是根據入射光束半徑 (entrance beam radius)，下圖比較一組數值孔徑為 0.8 的完美透鏡 (perfect lens) 在出射瞳座標 (exit pupil coordinates) 用內定的等光程光線瞄準 (圖 2-9) 以及與近軸光線瞄準 (圖 2-10) 的差異⁴。讀者可以看到等光程光線瞄準的結果分佈比較均勻。

³ 例如 ASAP, TracePro, 及 LightTools。

⁴ Perfect lens 可以由 OSLO 中的 lens library 去選出，ray aiming type 可以由 surface data > GEN > ray aiming type 設定後，用 spot diagram analysis 去看分佈。

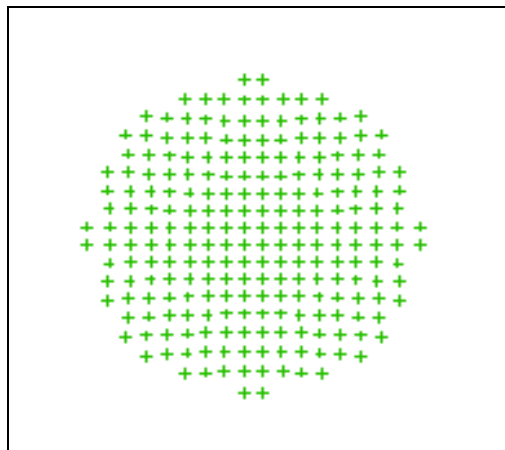


圖 2-9 完美透鏡之等光程光線瞄準設定下的光斑圖

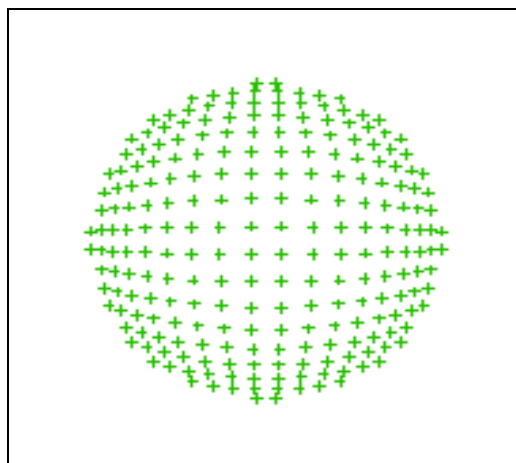


圖 2-10 完美透鏡之近軸光線瞄準設定下的光斑圖

2.3 光欄及瞳 (stops and pupils)

如圖 2.11 所示，考慮一個透鏡而其後有一虹模光欄 (iris diaphragm)。此光欄會限制經過此透鏡光束的直徑大小，所以又稱為孔徑欄 (aperture stop)。

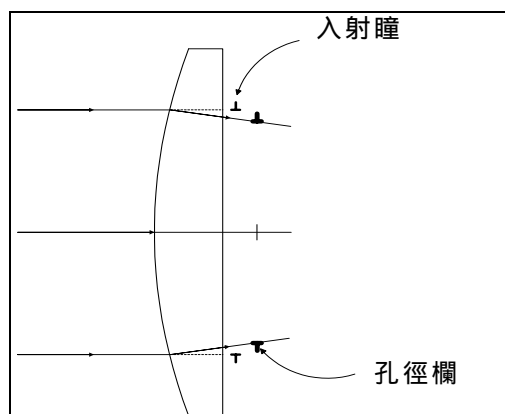


圖 2.11 孔徑欄：透鏡後接一虹模光欄

從物空間所看到的明確的孔徑欄稱為入射瞳 (entrance pupil)，從像空間所看到的明確的孔徑欄，稱為出射瞳 (exit pupil)。在圖 2.11 中，出射瞳即是孔徑欄本身，這是因為沒有透鏡在欄後面了。通常，既然入射瞳是孔徑欄在物空間的像，而且出射瞳是孔徑欄在像空間的像，就整個系統而言，出射瞳是入射瞳的像。

對圖 2.11 顯示的系統，若物有一點離軸，則光束仍將由孔徑欄限制。從一個離軸的物點經過孔徑欄中心的光線稱為主光線 (chief ray)，若此物離軸相當遠，則透鏡的邊緣將限制光束的一邊，而孔徑欄將限制另一邊，如 2.4 節所敘，我們將得到一個光暈瞳 (vignetted pupil)。一旦有了光暈瞳，主光線通常不再是離軸束 (off-axis bundle) 的中心線 (central ray)。

在舊的光學文獻中，場欄 (field stop) 項用來描述一個限制系統的視場 (field of view) 的面，而入射窗 (entrance window) 及出射窗 (exit window) 定義成在物空間及像空間中的場欄 (field stop)。場欄通常是在可見光傳驛器 (visual relay system) 使用，此系統包含場透鏡 (field lenses) 和光柵 (reticles)，或在以內部隔版 (internal baffles) 控制漫射光 (stray light) 的紅外系統 (infrared system)。然而，場欄概念若在系統內沒有面作場欄是沒用的。此時視場 (field of view) 是由物的邊緣、像的邊緣或某些在透鏡內發生的漸暈情況來界定。

近軸 (paraxial) 入射瞳和近軸出射瞳用來界定簡單光學系統之等效孔徑 (effective aperture)，當然前題條件是這個系統必須是可以用近軸光學描述。在傾斜 (tilted) 及偏心 (de-centered) 元件系統中近軸光學可能不適用，即使在近軸光學的範疇內，也有可能因為系統複雜性，不再能由單純一個面來表示孔徑欄。例如：

- 在一個圓柱透鏡的系統中，限制 yz 光束的鏡面可以與限制 xz 光束的面不同。
- 離軸的有效瞳 (effective pupil) 通常藉由對於光束的較低與光束較高的二個部份的不同孔徑來決定。
- 在一個變焦系統 (zoom system)，孔徑欄可以與系統的放大率有關。

在真實系統中，通常考慮瞳像差 (pupil aberration) 是有必要的。例如：在廣角系統中，像差通常扭曲，而實際的孔徑移動之大，使得向近軸瞳射出的真實光線甚至不可能經過此系統。真正的瞳 (actual pupil) 向著觀察者方向會出現旋轉，而且當場角 (field angle) 增加時，尺寸也可能增加。

2.3.1 孔徑與視場的指明(Specifying aperture and field of view)

雖然個別的鏡面孔徑決定系統表現，先行指明孔徑與和設計階段期間的孔徑無關的整個系統的視場(field of view)是比較好。這是因為在自動設計最佳化一個系統期間，孔徑不會改變所使用的光線軌跡，孔徑只可遮住或傳遞光線。

在近軸操作環境 (paraxial operating condition) 我們只用其中兩項的最小值來指定一個系統的孔鏡與視場。在 OSLO 中，孔徑與場可以由幾種方法指明，近軸數據試算表可以輸入所需的數據，在此試算表中，此程式持續重複計算所有的數據，使得矛盾的指明可自動清除。圖 2.12 顯示一個在放大率為-0.5、數值孔徑 0.1 及像高為 18mm 的典型的 Cooke 三合透鏡數據。

Aperture		Field		Conjugates	
Entr beam rad	6.837144	Field angle	13.757350	Object dist	136.571844
Object NA	0.050000	Object height*	-36.000000	Object to PP1	150.001623
Ax. ray slope	-0.100125	Gaus image ht	18.000000	Gaus img dist	68.080824
Image NA *	0.100000			PP2 to image	75.000812
Working f-nbr	5.000000			Magnification	-0.500000
Aperture divisions across pupil for spot diagram:					17.030000
Gaussian beam	NO	1/e ² radius on srf 1: sdx		1.000000	sdgy 1.000000

圖 2.12 典型的 Cooke 三合透鏡數據輸入界面

```

*PARAXIAL SETUP OF LENS
APERTURE
  Entrance beam radius:      6.837144      Image axial ray slope:    -0.100125
  Object num. aperture:      0.050000      F-number:                 3.396262
  Image num. aperture: *    0.100000      Working F-number:        5.000000
FIELD
  Field angle:               13.757350      Object height:           * -36.000000
  Gaussian image height:     18.000000      Chief ray ims height:    18.000000
CONJUGATES
  Object distance:           136.571844      Srf 1 to prin. pt. 1:   13.429779
  Gaussian image dist.:     68.080824      Srf 6 to prin. pt. 2:   -6.919987
  Overall lens length:      17.000000      Total track length:     221.652669
  Paraxial magnification:   -0.500000      Srf 6 to image srf:    68.080824
OTHER DATA
  Entrance pupil radius:     7.361115      Srf 1 to entrance pup.: 10.466307
  Exit pupil radius:        7.824886      Srf 6 to exit pupil:   -10.070166
  Lagrange invariant:       -1.802254      Petzval radius:         -149.381547
  Effective focal length:    50.000541
SPOT DIAGRAMS
  Aperture divisions:       17.030000      Gaussian apod. spec.:   Off
  X 1/e2 entr. irrad.:    1.000000      Y 1/e2 entr. irrad.:   1.000000
    
```

圖 2.13 典型的 Cooke 三合透鏡數據表單⁵

圖 2.12 的最上面五列包含數據輸入區域 (data entry fields)，而底下的四列則計算數值區域 (calculation fields)。在「conjugate」這一行的項目已在前一章提過，至於「Aperture」及「Field」這兩行中項目的值則需要一些說明。

⁵ 在 text window 中選用 pxs 指令並執行，即可列出。

在 OSLO 中孔徑的指明有點複雜，這是因為即使在建立近軸數據時，OSLO 也假設所有的系統都是等光程的(aplanatic)，而非近軸的(paraxial)，這一個假設允許 OSLO 能更精確地描述在有限共軛面 (finite conjugate) 工作的系統，即使孔徑的規格已是嚴格地近軸。在目前的系統中，定義為 $n'\sin\theta'$ 的像 NA (image NA) 設為 0.1，系統放大率為-0.5。由於假設此系統為等光程的，所以得到：

$$m = \frac{n \sin \theta}{n' \sin \theta'} \quad (2.21)$$

上式暗示了物空間內的 NA 值必須是 0.05。若物空間中的 NA 值為 0.05，則進入系統的軸光線之實際角必須是 $\theta = \tan^{-1}(0.05) = 2.865984$ 度，而進入光線的斜率必須是 $PU = \tan(2.865984^\circ) = 0.050063$ 。由於放大率是-0.5，則露出的軸光線斜率必為 $PU = -0.100125$ 。如同前面的描述，焦距或 f-number (在 OSLO 中使用的是 f-number)，定義為 $1/(2NA)$ ，在此目前的例子中即為 5.0。

記住，孔徑可由在系統的第一面上的入射光束半徑(entrance beam radius)來指明而不是由入射瞳孔半徑(entrance pupil radius)來指明。若物體在無窮遠處，則入射光半徑等於入射瞳半徑；但若在有限共軛時，它們是不同的。若孔徑欄在透鏡組內，則在曲率及厚度改變時，入射瞳將移動並改變大小，所以使用入射光半徑，而不使用入射瞳半徑。此外，在真實系統中由於像差及漸暈，入射瞳常沒有良好定義。在另一方面，入射光束半徑是較好理解的已知量。入射瞳位置及尺寸將自動計算並顯示於表中，以當作一個資訊。

雖然圖 2.12 內這五項的任意一項可以用作指明在有限共軛使用之系統的孔徑，內定指明則是物空間中的數值孔徑。另外一方面，當物在無窮遠時不能使用此項，此時我們入射光束半徑做為內定。

在 OSLO 中，一光學系統的視場可由物高、像高或者場角來指明。其中場角就是從物邊緣到入射瞳中心 (不是第一個鏡面中心) 的光線的角度，對於有限共軛系統而言，場角(field angle)是沒有用的，這是因為當入射瞳移動時，它就會改變。

2.4 光學系統布局 (optical system layout)

光學系統布局是一個非常大的主題，無法在此作非常詳盡的介紹。然而，為了能熟練地使用 OSLO，了解一些基本原理是重要的，尤其是關於軸光束(axial ray)及主光束(chief ray)的軌跡，因此，我們檢閱一些慣見的系統。

2.4.1 薄透鏡(Thin lens)

薄透鏡是指透鏡沒有厚度。當然，這樣的透鏡是不存在的。但我們通常會忽略厚度對一個透鏡的影響，而且在除去透鏡參數中的厚度項後，將可簡化許多光學計算式子。薄透鏡在繪圖上以雙箭頭線表示，兩箭頭指向外的是正透鏡，同指向內的是負透鏡。如圖 2.14 所示。

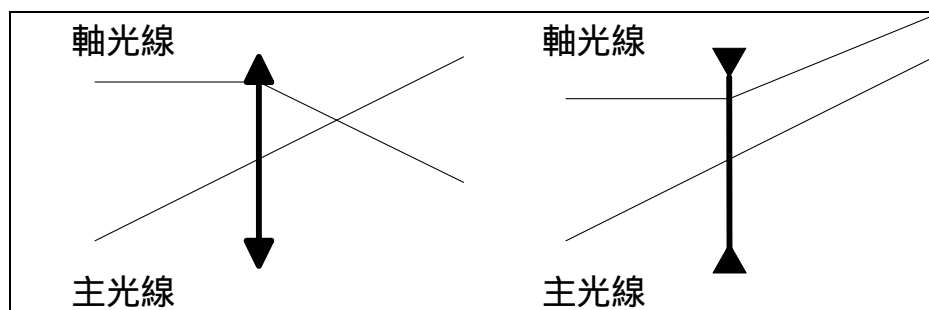


圖 2.14 薄透鏡中軸光線與主光線

對一個單一薄透鏡，孔徑欄就是此透鏡，所以軸光線是指由物體頂點經過透鏡邊緣的光線，而主光線則是由場邊緣 (edge of the field) 經過透鏡中心的光線。較複雜的薄透鏡系統可以包含好幾個薄透鏡，所以由所有透鏡的欄形成的像必須決定瞳的位置優先於軸光束與主光束的軌跡。

2.4.2 照相物鏡 (photographic objective)

照像物鏡是一個結合了許多範例的類型通稱，這些範例分佈極廣，可以由相當簡單的透鏡組，如 Cooke 三合透鏡，到包含了上千個元件的複雜照像系統。照像物鏡的一個重要特徵是它符合正切映射(tan mapping)，也就是像高與進入的主光線之正切值成比例，所以像的形狀可以和物相同。實際的映射成像與正切映射成像間的差別稱為畸變(distortion)。

典型照像透鏡中的一個例子即是雙高斯物鏡 (double Gauss objective)，參見圖 2.15，此設計是用於正常的焦距為 35mm 相機的高速透鏡(high-speed)(慣例是其速率為約 $f/2$) 中最平常的型式。就像其它的透鏡，它必須平衡由正及負鏡面所造成的像差。此雙高斯透鏡組近似於對稱，且孔徑欄介於兩個負的中心元件之間。

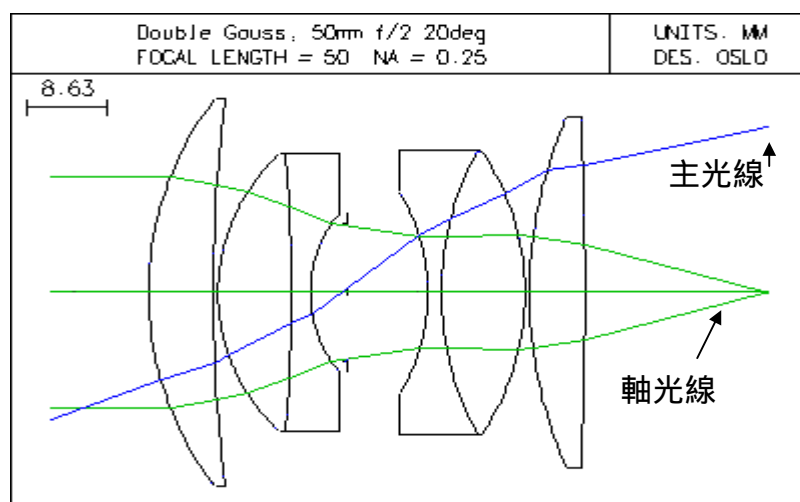


圖 2.15 照像物鏡中軸光線與主光線

軸光線與主光線的軌跡對於作像差平衡(balancing aberrations)是重要的。初級近似是軸光線經過整個透鏡組的邊緣，而主光線則經過其中心。亦就是在一個特定面上主光線高度對於軸光線高度的比例是該面作為控制離軸像差(off-axis aberration)是否有效的一個指標。

若透鏡中的正聚焦力較集中於透鏡的前面，則主點(principal points)將移到前面，而此透鏡變成遠距照相透鏡 (telephoto lens)，此透鏡的有效焦距比由透鏡中心到焦點的距離長，如圖 2.16 所示：

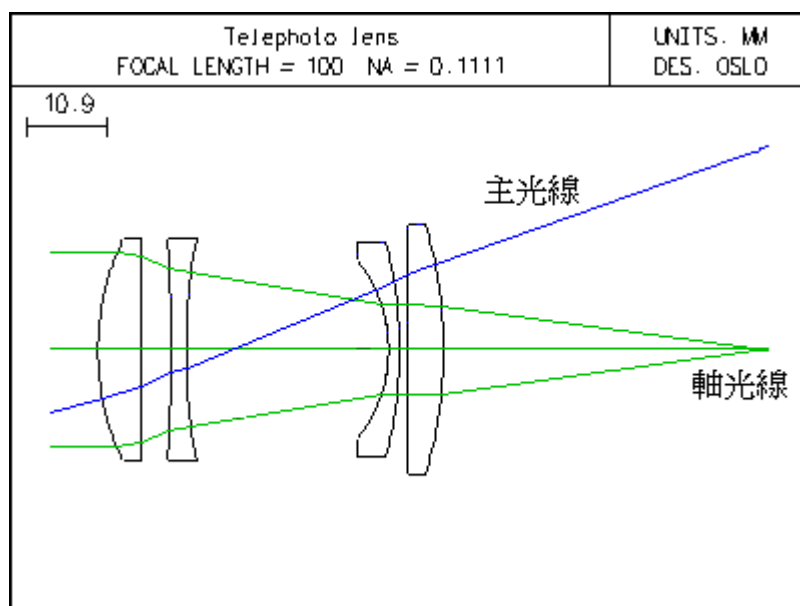


圖 2.16 遠距照相透鏡 (telephoto lens)

另一方面，若正聚焦力集中於透鏡背面，則焦距將比透鏡中心到焦點間的距離短，此透鏡稱為反焦透鏡 (retro-focus lens)，圖形見圖 2.17

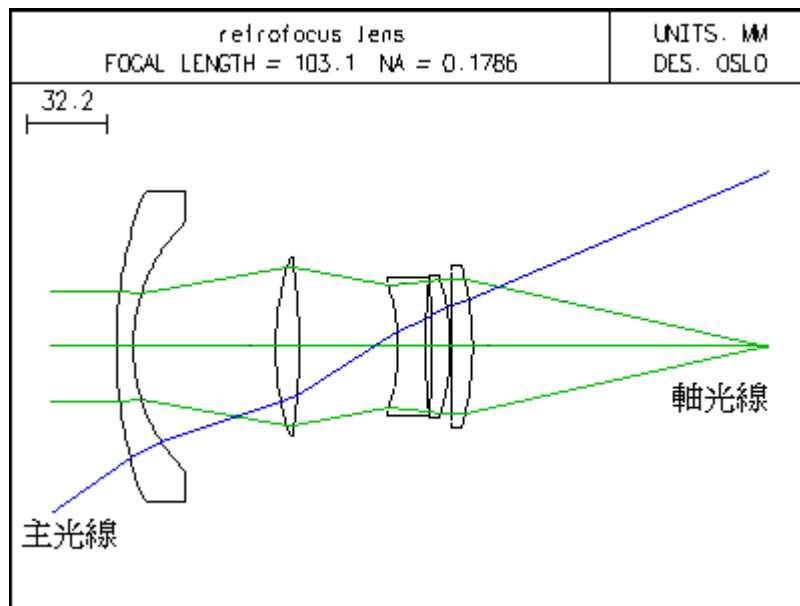
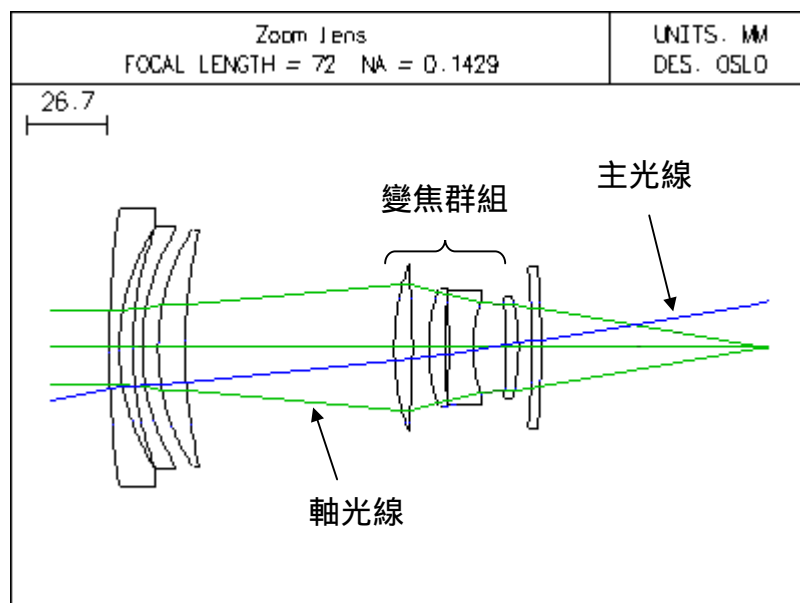


圖 2.17 反焦透鏡 (retro-focus lens)

如果不算是絕大多數,那麼也是夠多的:照相物鏡是變焦透鏡(zoom lens),此透鏡藉由移動透鏡中的一個或更多元件群來變化焦距。如圖 2.18 所示:



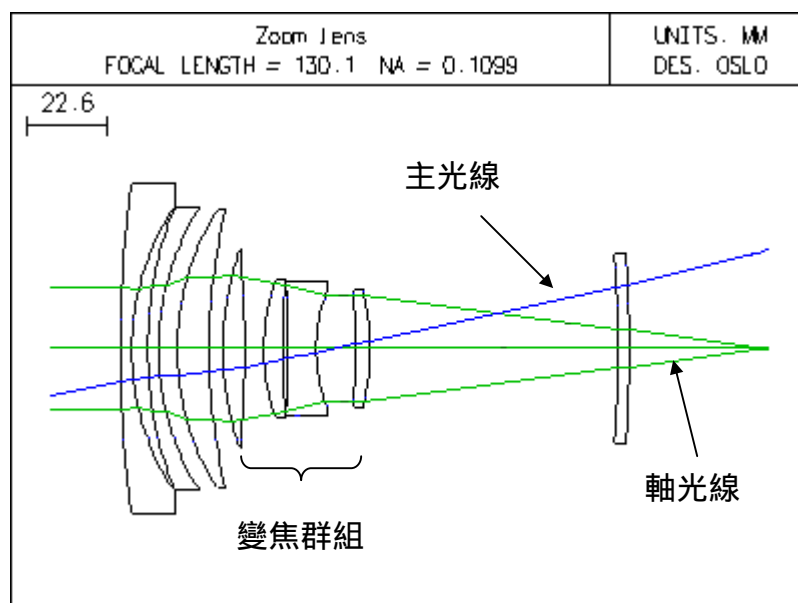


圖 2.18 變焦透鏡 (zoom lens)

在圖 2-18 中上圖變焦群往透鏡後面移動，所以聚焦力朝背後集中，使得透鏡組表現一如反焦透鏡(retro-focus design)。在圖 2-18 的下圖中，變焦群是往前面移動，聚焦力往前移，使得此鏡組像遠距照相透鏡(telephoto)。需注意的是當透鏡變焦時，變焦群的內部位置及後焦距也會隨之改變。如圖 2.18 所示，像高是可變的，但在平常使用上，像高是固定，作的是視野(field of view)上的改變。

2.4.3 放大鏡 (magnifier)

雖然不能設計人眼，但人眼卻是可見光系統中重要的一部份。在眼睛中光線大部分的折射發生在其較外部的面上，我們稱為角膜 (cornea)。而成像則是在眼睛後面的視網膜(retina)上，此視網膜由光偵測棒及光偵測圓錐的陣列所組成。眼睛的較外面部分，擁有大部份作為偵測器的棒，並不會貢獻高銳度視力 (high-acuity vision)。有最高銳度的視網膜部分稱為視網膜中央窩(fovea)，而眼睛通常在其孔內旋轉，以便視覺點 (the point of visual) 的影像截於視網膜中央窩(fovea)區域。

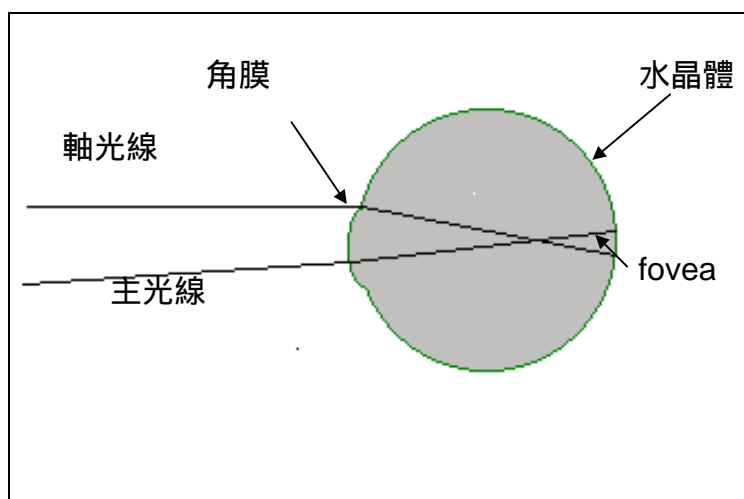


圖 2.19 人眼

由於眼睛可以在眼框中旋轉，所以眼睛的軸光線與主光線並沒有明確定義。參見圖 2.18，軸光線是從物頂點經過眼睛的入射瞳邊緣的光線，眼睛的入射瞳是眼睛的虹膜 (iris) 藉由角膜所呈的像。主光線有時是從所需的視野經過眼睛的旋轉中心之線，這是因為眼睛會自動轉動以便看一個離軸的像。在任何可見光的裝置之設計時必須特別注意以確認瞳足夠大到在眼睛轉動時可以適應虹膜的變動。

一個簡單的放大鏡是與眼睛連結的透鏡，它用來擴展眼睛的適應範圍以允許對小物體的封閉區域的視察 (closed-range viewing)。人眼的接近焦點之點的範圍由小孩而言的近似 10cm 處到 60 歲以後的人之幾公尺。通常是用 25cm 的明視距離作為對計算放大鏡聚焦力中的參考值。所以一個焦距為 25mm 的放大鏡將稱為 10x 放大鏡。

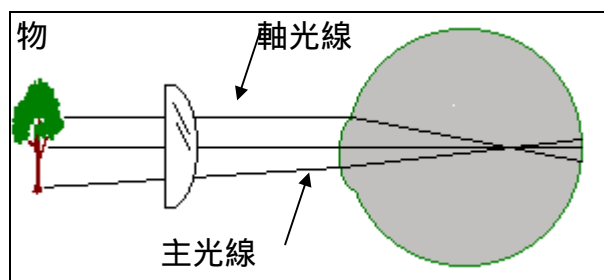


圖 2.20 眼睛連結的簡單的放大鏡

圖 2.20 是放大鏡典型的使用示意圖，軸光線由放大鏡出來後，平行於光軸，而指出了焦點是在無窮遠處，這樣的系統有時候在像這邊形成無聚焦系統 (afocal system)。在實際的使用上，此透鏡佈局隨不同設計者而異，他們必須調整設計使視覺有最大舒適度，所以通常將物體置於焦點內的位置。

2.4.4 望遠鏡 (telescope)

倒立式望遠鏡 (inverting telescope) 是光學系統族群 (family of optical system) 中的一種型式，也就是複合放大鏡 (compound magnifiers)。參見圖 2.21。

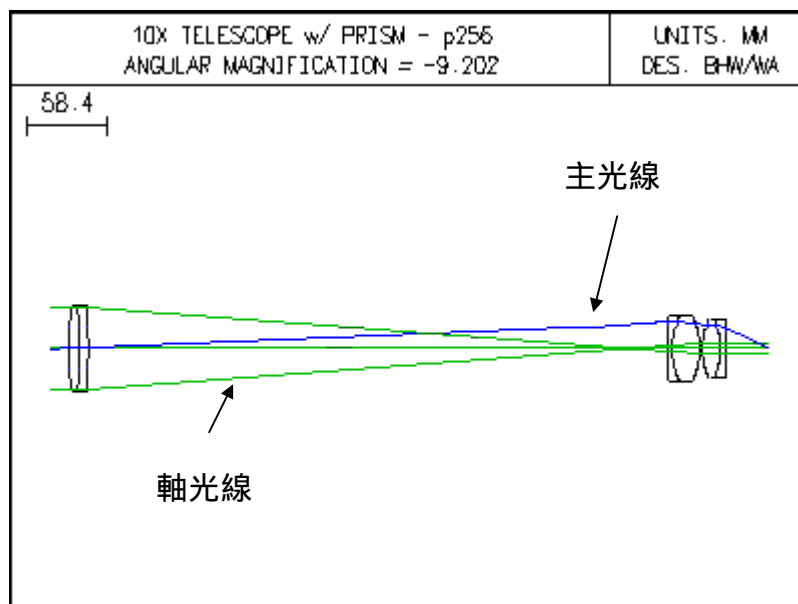


圖 2.21 倒立式望遠鏡 (inverting telescope)

這樣的系統包含了一個空中影像 (aerial image) 的物鏡，及一個當作放大鏡來觀察影像的目鏡 (eyepiece)。入射瞳位於物鏡的平面，而出射瞳則位於由目鏡所呈的物鏡之像的位置之平面上。觀測者的眼睛應該置於裝置的出射瞳上，所以可以只看到整個場而不會有光暈(Vignetting)。目鏡的後鏡面與出射瞳的距離稱為點眼距(eye relief)。

軸光束平行光軸地進入物鏡，並平行光軸地由目鏡出來，所以像可以由眼睛很輕鬆地看到；主光束則經過物鏡中心及目鏡邊緣。由此圖像，可以了解望遠鏡的視野(field of view)受限於目鏡的直徑。主光束的軌跡顯示了此望遠鏡形成一個倒立的像。根據 Lagrange's 定律，望遠鏡的角放大率正比於入射瞳與出射瞳直徑的比率。

由於主平面及焦點都在無窮遠處，所以上面這個望遠鏡稱為無聚焦(afocal)透鏡。OSLO 有一個估算的特殊模式，以角的格式而不是線性格式來顯示無聚焦系統的光線數據。在無聚焦模式中，以 Luneburg Lens 望遠鏡為例 近軸常數如圖 2.22 所示：

*PARAXIAL CONSTANTS			
Angular magnification:	1.000000	Lagrange invariant:	-0.069820
Eye relief:	-15.000000	Petzval radius:	1.0000e+40
Note: This optical system contains special surface data. Calculations based on a paraxial raytrace may be invalid.			

圖 2.22Luneburg Lens 望遠鏡近軸常數

其 afocal 模式可有下列圖 2.23 的 Evaluation mode 看到

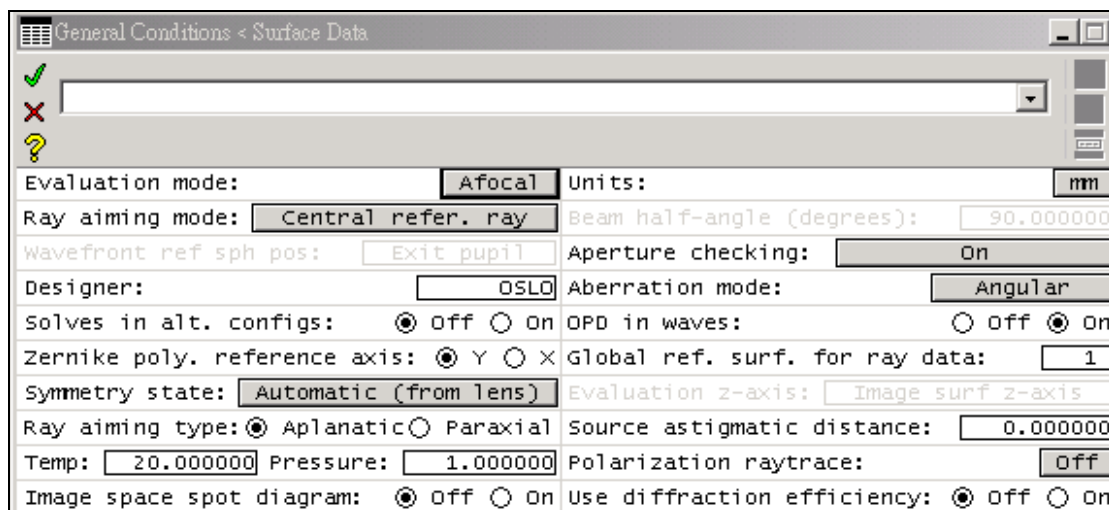


圖 2.23Luneburg Lens 望遠鏡設定

而 Luneburg Lens 望遠鏡外觀如下

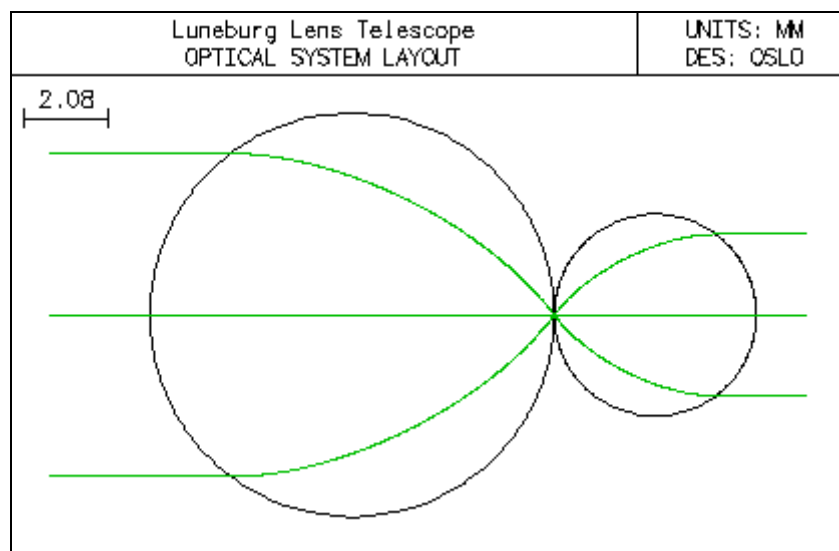


圖 2.24Luneburg Lens 望遠鏡外觀

一個望遠鏡的交替型式是如圖 2.25 之伽利略 (Galilean)望遠鏡。

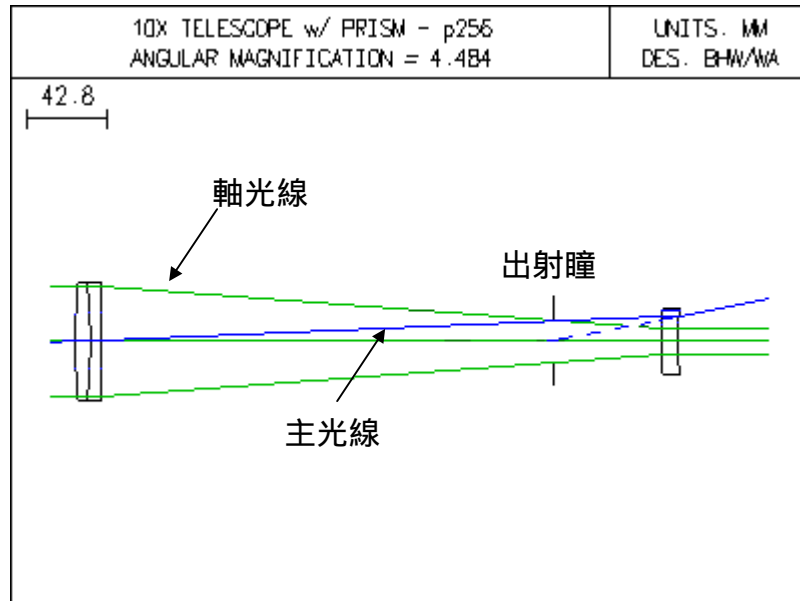


圖 2.25 伽利略 (Galilean)望遠鏡

伽利略望遠鏡與倒立望遠鏡不同，伽利略望遠鏡形成正立的像 (erect image)。其軸束及主光束路徑示於圖 2.25 中，軸光束平行光軸地進入系統，而且平行光軸地離開系統，所以系統是無聚焦的。

物鏡當作孔徑欄，但由於目鏡有負焦距，所以主光線在經過目鏡後會發散，而放置出射瞳於望遠鏡內。由於無法將觀測者的眼睛置於此裝置的出射瞳上，所以視野將受限於瞳的直徑。

伽利略望遠鏡有時用作低聚焦力的可見光儀器 (如在劇場上使用的望遠鏡 (opera glasses))。但其負的點眼距在作擴束器時，窄視野所造成的發散是沒甚麼影響，卻使得系統很難用於高聚焦力。總之，伽利略系統的總長度比倒立的系統短很多，而且常用作雷射光束擴大器 (lens beam expanders)。

2.4.5 轉像系統 (Relay system)

望遠鏡通常與轉像系統組合，以使在觀測時將影像轉換到不同位置。傳統的轉像系統之近軸設計如圖 2.26 所示。軸光線與主光線軌跡在像空間時與在物空間時相同，但由於轉像系統而移到右邊一個轉像系統長。轉像系統包含輪替序列的物鏡與場透鏡，以彎曲主光線(但不是軸光線)。在一個實際的轉像系統中，場曲 (curvature of field) 通常是一個大問題。

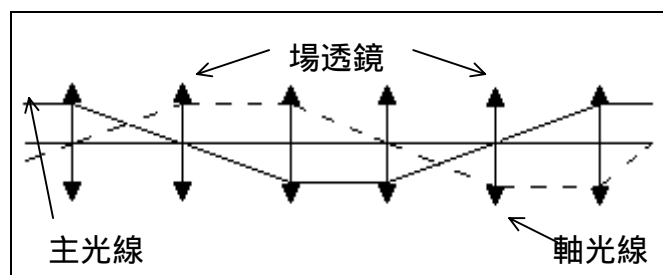


圖 2.26 傳統的轉像系統之近軸設計

圖 2.27 是一個包含一個轉像 / 正像 (erector) 系統的變焦望遠鏡 (zoom telescope)。在此系統中，在前面的正像系統上的場透鏡限制了主光線高度，而兩個小的雙透鏡轉換(relay)場透鏡附近的像到光柵平面 (reticle plane)。正像透鏡的位置及間隔可以改變以調整轉像系統的放大率。

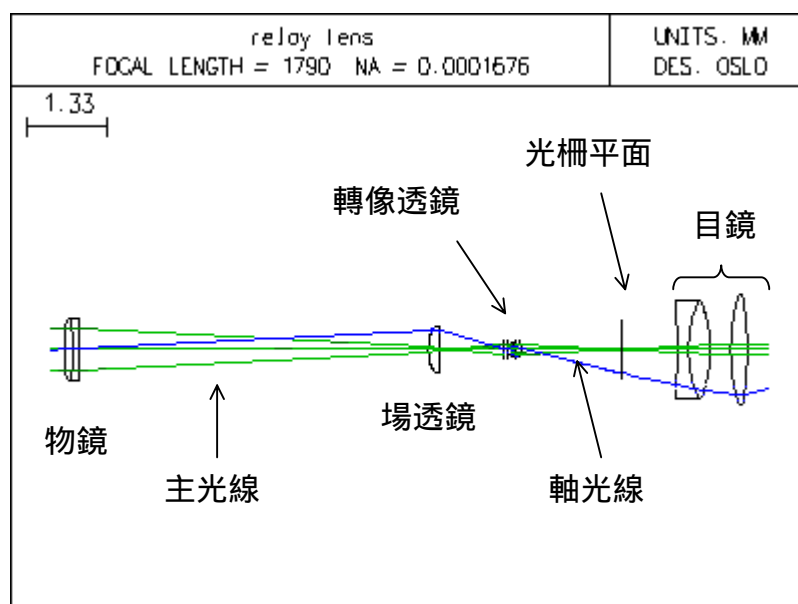


圖 2.27 轉像 / 正像 (erector) 系統的變焦望遠鏡

2.4.6 遠心透鏡 (telecentric lens)

在物、像或兩邊上能不斷增加的透鏡是屬於遠心透鏡(telecentric)，遠心的意思是主光線平行光軸，或瞳在無窮遠處。由於這種透鏡有在透鏡聚焦時像高不改變的特性，所以在許多測量學應用上是有用的。圖 2.28 是在兩邊上都是遠心的傳統範例。

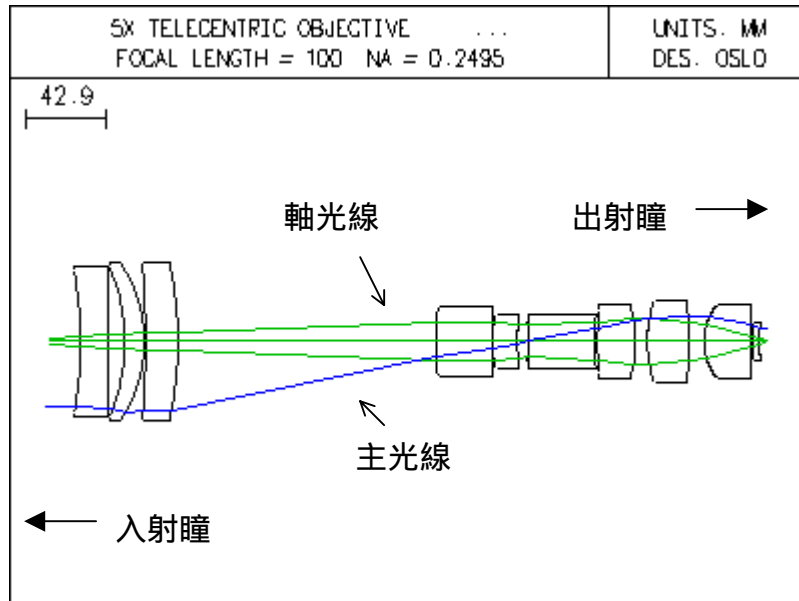


圖 2.28 遠心透鏡

另一個遠心透鏡的例子包含了掃描透鏡 (scanning lenses) , 此透鏡通常要求遠心來維持幾何關係 , 此外也包含了傅式轉換透鏡 (Fourier transform lenses) , 讓在一方向上的軸光線與另一方向上的主光線相同。

2.5 指明透鏡孔徑 (Specifying lens apertures)

經過一個真實系統的光量和實際的物理孔徑 (actual physical aperture) 有關 , 而不是由近軸孔徑及場所定下的規格來決定。但由於近軸光線覓跡所預測的孔徑可以提供一個沒有光暈的系統之所需要的孔徑尺寸的一個近似值 , 這個很有用。為了能夠有此近似值可用 , OSLO 使用兩種方法來指明孔徑。孔徑若不是由使用者直接指明 (directly specified) 就是利用近軸光學求解 (solved) 。整個設定可由透鏡設定中的 aperture radius 去選定 Solved 或 Special Aperture Data 指明。

APERTURE RADIUS	GLASS	SPECIAL
1.7455e+18	AIR	<input type="checkbox"/>
5.000000	LUNE_GLASS	<input type="checkbox"/>
5.000000		<input checked="" type="checkbox"/>
2.500000		<input type="checkbox"/>
2.500000		<input type="checkbox"/>
2.500000		<input type="checkbox"/>
2.500000		<input type="checkbox"/>

f Fan Spd Auf Var Ope	Direct Specification
lef bot chf top skw	Not Checked
	Checked (K)
	Pickup... (P)
	Solved (S)
	Aperture Stop (A)
	Reference Surface (R)
	Special Aperture Data... (X)

圖 2.29 OSLO 孔徑近軸光學求解 (solved)

在 OSLO 中「aperture」項用來描述限制光學面的範圍之特性。所以在透鏡中的一個洞稱為孔徑，可以當作擋住經過面上某些部分的光之遮板 (mask)，這些孔徑型態稱為特殊孔徑 (special aperture)，稍後將做討論。對於目前的討論，孔徑是圓的，而且限制住光學面的邊緣。

孔徑半徑要求通過一道沿著光軸行進的光束等於透鏡上的軸光線高度。若此光束是從離軸點 (off-axis point) 而來，則所要求的孔徑半徑是軸光線及主光線高度值的總和。近軸演算速度很快，而在 OSLO 中每當透鏡設定 (lens setup) 程式執行時，孔徑值會再算一次。

近軸孔徑在每一個面上是不同的。一個實際的製造出來的透鏡其邊緣通常平行光軸。對於繪圖時，一個元件的半徑等於兩個孔徑中較大者。在較小孔徑與較大孔徑之間畫一條垂直光軸的線。所以元件通常形如圖 2.30。

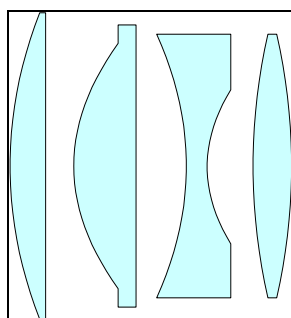


圖 2.30 元件圖形

圖 2.30 的第二個元件使用傳統上的研磨 (grinding) 及拋光 (polishing) 技術是無法製造的，但可以由製膜 (molding) 或其他的現代方法 (如鑽石車削 (diamond turning)) 就可以製造。在第三個透鏡有平坦區域，它通常是用作降低厚的負元件之權重及影響。

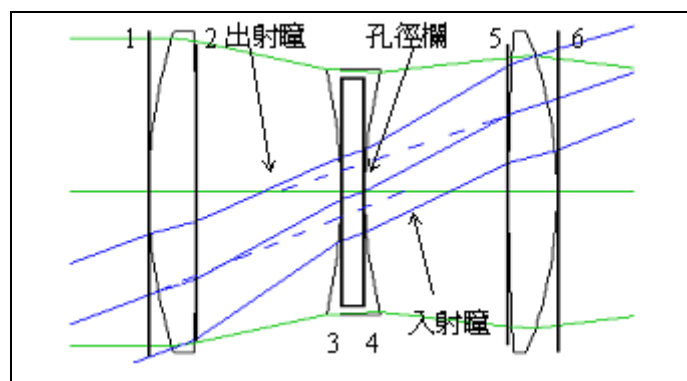


圖 2.31 OSLO 對 Cooke 三合透鏡中孔徑的安排

圖 2.31 展示了 OSLO 對 Cooke 三合透鏡中孔徑的安排。近軸面是用長度等於兩倍的近軸孔徑之直線來表示(比較圖中 1(2,5,6)與 3(4))，而實際面則是曲線。孔徑選定則是由上述的求解演算法得到。光線軌跡是對真實光線，而瞳的位置(不是尺寸或面)則是以虛點表示。

藉由觀看圖 2.32，我們可以了解光線如何受孔徑的影響，以及近軸孔徑與光束通過的實際孔徑的差別。通常較下面的邊緣光線在欄之前受孔徑影響，而較上面的邊緣光線則是在欄之後受孔徑影響。不過，這也不是一定必須如此，真實的主光線通過近軸入射瞳時離其中心有一小段的距離，代表瞳孔像差。較上面的邊緣光線在通過最後兩個鏡面的近軸孔徑時有一段相當大的距離，這表示了製造透鏡時，透鏡大小必須比預定的大，以便讓由場源邊緣(edge of the field)出來的光束可以通過。

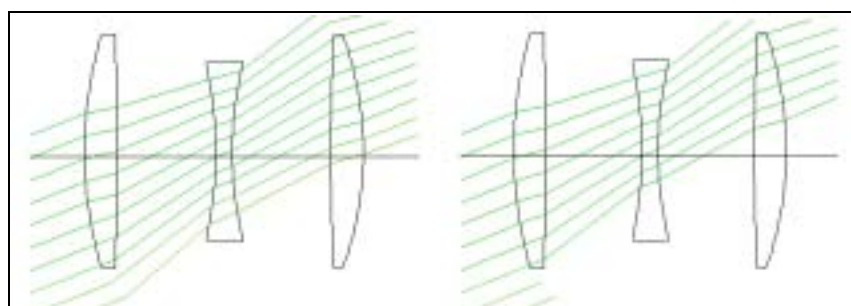


圖 2.32 光線與孔徑

有一點必須強調的是，孔徑值就其本身而言並不影響光線覓跡。在圖 2.28 的左邊，顯示光線通過所繪的孔徑之外，這是由於在光線覓跡方程式中沒有作任何數學上禁制這種情況的發生。此外，對於圖中上面及下面邊緣的光線，在第一面及最後一面的光線軌跡中可以看到小的假光線(glitches)，注意光束仍有偏折。這是由於在從軸上的距離，前面的面(front surface)延伸與後面的面(back surface)相交，這是所謂的薄邊(feathered edge)，這也是因為在光線覓跡方程式中沒有作禁制的結果。

為了除去落在定義的孔徑外之光束，OSLO 提供了孔徑檢查(checked aperture)功能，在光束覓跡中檢查每一面的線高，來看光線是否在孔徑之外，並終止孔徑外的光線。圖 2.32 的右圖顯示了當孔徑檢查置於第一面及最後一面時發生了何事。

通常，「孔徑檢查」若非必要就不要作，因為它會減慢光束覓跡的數度。另外在最佳化分析裡，孔徑檢查會造成微分計算無法進行，使得最佳化無法繼續。事實上，在 OSLO 的 DLS 最佳化中孔徑從不作檢查。在操作環境有「apck」，可以控制光束是否由孔徑檢查來遮擋，「apck」的動作在 OSLO 的不同部份其功能

不盡相同的，其結果如下圖 2.33 所示：

孔徑檢查	Apck 關閉	Apck 開啟
一般近軸光線	否	否
光束覓跡評估	否	是
透鏡繪圖	否	是
斑點圖設定	是	是
DLS 最佳化	否	否
ASA 最佳化	否	是

圖 2.33 OSLO 孔徑檢查「apck」的作用

2.5.2 特殊孔徑(Special Apertures)

上面的討論只是針對圓形孔徑來定義透鏡邊緣，但仍需要更多的複雜孔徑來描述複雜的形狀或其他狀況如，中心遮蔽或洞等足以影響經過光學系統的光量的情況。OSLO 提供所謂的特殊孔徑來符合此需要。

一個特殊孔徑是由橢圓形、長方形、三角形或四角形所構成。長方形及橢圓形由兩點來指明以定義環繞外圍的邊界盒，三角形及四角形則是由 x 和 y 座標定義。如圖 2.34 所示，長方形與橢圓形可以繞其質心（centroids）旋轉。

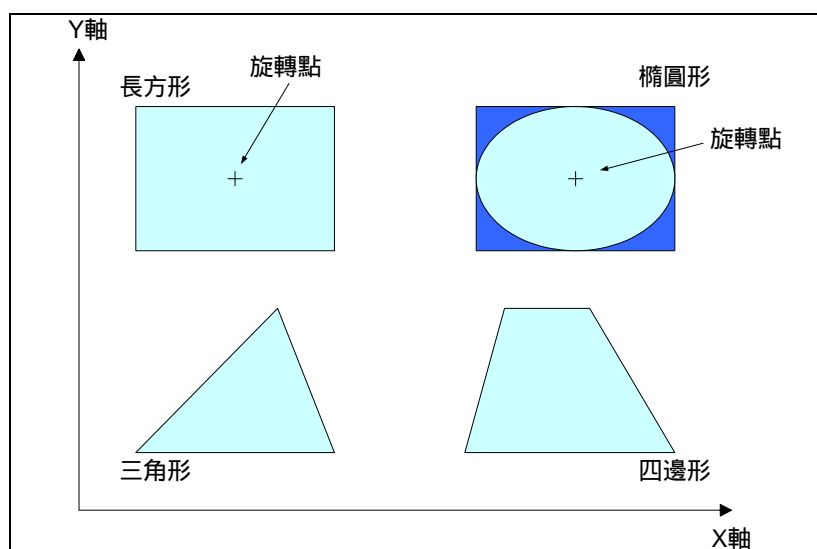


圖 2.34 OSLO 所提供的特殊孔徑

明顯地，正方形及圓形孔徑是長方形與橢圓形孔徑中的特殊案例。複雜的孔徑形狀可以由在單一面上用”集合”（grouping）與”結合”（combining）幾種基本形狀來建立。一個複雜的孔徑，其基本的形狀是由使用邏輯運算元來建立整個孔

徑的效應所結合而成的，每一個基本的形狀可以是穿透(transmitting)或遮蔽(obstructing)。任意數目的基本形式可以置於一群中，而每一面可以有任意數目的群組。

如果光線通過的是整個可穿透的基本形狀的最內部及所有遮蔽的基本形狀的外部，則此光線通過群組，並此邏輯對應的是基本形狀的交集 (interaction 或 anding)。

若光線通過整個面上孔徑的邏輯規則是它通過面上所定義的的任意群組。這對應到群組的聯集 (union 或 oring)。

上述的基本形狀及邏輯規則(交集與聯集)，允許吾人在 OSLO SIX 中建立任意孔徑。但在 OSLO 其它的版本中則限制每面只有兩個基本形狀。一些典型孔徑顯示於圖 2.35。



圖 2.35 在 OSLO 中可以提供的特殊孔徑

在 OSLO 中的特殊孔徑是已設定孔徑檢查，不管它們是否依靠設定「apck」透鏡設定來遮蔽光線。

參考文獻 (References)

- [1]. OSLO Optical References (version 5) (Sinclair Optics, 1996)
- [2]. 李瑞騏與王孝林合編之光學名詞辭典 (名山出版社, 1986)

習題 (Exercises)

1. 請導出公式(2.1)。
2. Lambertian 光源是一重要光源,請利用 OSLO online help 找出 Lambertian LED 與 Arc 的空間分佈之差異。
3. 請參考下圖 2E-1 作孔徑 (中央挖洞半徑:14.5 mm,內環挖洞尺度為 22.5~34 mm,外環則在 : 43~54 mm ;參照成功大學物理系大三光學實驗系統而定)



圖 2E-1 成功大學物理系大三光學實驗球面像差實驗遮光板之孔徑

其孔徑效果有如下圖 2E-2:

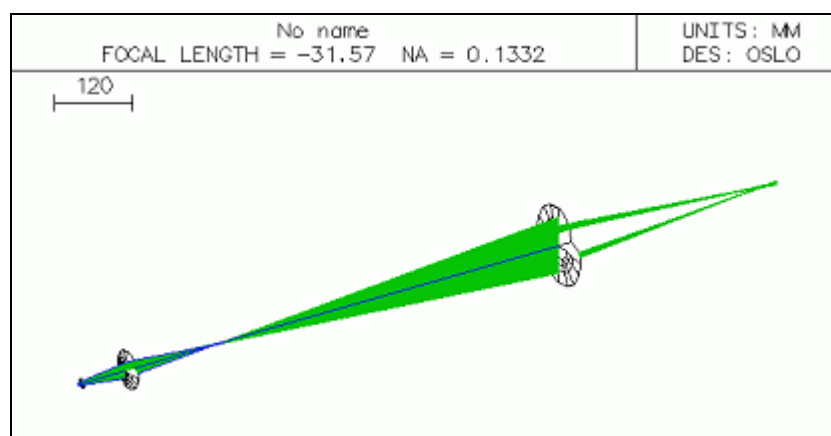


圖 2E-2 光線與孔徑

(取材自成功大學物理系鍾森年同學之專題報告)