

第四章 光學材料(Optical Material)

4.1 簡介

4.2 光學材料的指定(Specifying Optical Materials)

4.2.1 色散(Dispersion)

4.2.2 熱係數 (thermal coefficients)

4.2.3 其他玻璃數據(Other glass data)

4.3 折射率及色散之最佳化(Optimizing refractive index and dispersion)

4.3.1 玻璃係數的連續變化模型 (model glasses)

4.3.2 玻璃之確定 (fixing glass)

4.4 軸向及橫向色像差(Axial and lateral chromatic aberration)

4.5 色像差的計算(Calculation of chromatic aberration)

參考文獻

習題

4.1 簡介

光學系統的設計也包括了選定合適的材料。這與光譜範圍、環境及其應用有關。玻璃(glass)是最常見的光學材料，普遍地被應用。事實上，”玻璃”是個泛稱，它涵蓋了多種的材料，從多晶(polycrystalline)的紅外材料到反射鏡都是。

若沒有其他的效應，任何光學系統的成像品質與繞射有關所以也就與所使用的波長有關。光學材料的折射率隨波長而變化稱為色散 (dispersion)，而因為色散引起的光學成像缺陷則稱為色像差 (chromatic aberration)。色像差與單色像差 (monochromatic aberration) 之所以分開討論是因它們可以自己存在，當然單色像差大小在不同波長時也會有所不同。

4.2 光學材料的指定(Specifying Optical Materials)

在光學設計中，決定材料有幾個重要的因素。如上所述，最重要的通常是色散(dispersion)，但仍有其他的因素需要被考慮。例如，溫度特徵、重量、機械及化學性質、可用性及售價。這些條件中有許多並不直接影響到電腦的計算過程，有些也不大容易量化，不過一旦數據是可以量化且有利用價值時，對於設計者而言，就可以放入計算過程加以考慮。

4.2.1 色散(Dispersion)

許多光學材料的折射率是由 Sellmeier 公式來描述，其形如下：

$$n^2(\lambda) = 1.0 + \frac{b_1\lambda^2}{\lambda^2 - c_1} + \frac{b_2\lambda^2}{\lambda^2 - c_2} + \frac{b_3\lambda^2}{\lambda^2 - c_3} \quad (4.1)$$

其中 λ 是波長單位為 μm 。此公式目前被 Schott 及其他玻璃製造商所採用，以描述在光譜在可見光部份的折射率。以往，光學玻璃通常由 Laurent 級數來描述，有時也稱為 Schott 公式，其形如下：

$$n^2(\lambda) = A_0 + A_1\lambda^2 + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_3}{\lambda^4} + \frac{A_4}{\lambda^6} + \frac{A_5}{\lambda^8} \quad (4.2)$$

也有多種其他公式視目的不同而使用，Conrady 發現對光譜的可見光部份，只要使用三個折射率波長組 (refractive index-wavelength pairs) 的數據，就可得到一個好的擬合 (fit)，其形如下：

$$n(\lambda) = n_0 + \frac{A}{\lambda} + \frac{B}{\lambda^{3.5}} \quad (4.3)$$

Buchdahl 引入了一個色度座標 (chromatic coordinate) 來精確地特徵化折射率。使用色度座標的動機是由於一般的色散模型 (例如上式) 不會形成一個 Taylor 級數。而 Taylor 級數是在像差理論中常使用的函數展開型式。於是從 Hantmann 公式開始，Buchdahl 引入色度座標 w ()，

$$w(\lambda) = \frac{\lambda - \lambda_0}{1 + 2.5(\lambda - \lambda_0)} \quad (4.4)$$

其中波長以 μm 表示， λ_0 是參考波長，傳統上是以可見光的 d 線 ($0.5876\mu\text{m}$) 來定。由 w 的級數給予折射率，其形如下：

$$n(w) = n_0 + v_1 w + v_2 w^2 + v_3 w^3 + \dots \quad (4.5)$$

在此 n_0 是在參考波長 λ_0 的折射率，係數 v_1 視不同玻璃而定。使用色度座標的優點可由上式的快速收斂特性來看。由 Robb 及 Mercado 所寫的論文 (Appl. Opt., **22**, 1198-1215(1983)) 知道一個二次模型 (n_0, v_1, v_2) 對可見光光譜範圍的折射率 n (五個不同廠商所提供的 813 個樣本) 之最大誤差為 0.0001。由此可見色度座標的好用。使用色度座標的更細節部分可在 Forbes 的論文中找到。

一些其他參數也用來描述光學玻璃的色散。在可見光譜中最常使用的參數是

V (或) 數，也叫 Abbe 數，定義為：

$$V \equiv \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (4.6)$$

其中 n_d 是在氫氣 d 線 (0.5876 μm) 下的玻璃折射率, n_F 是在氫氣 F 線 (0.4861 μm) 下的折射率, n_C 是在氫的 C 線 (0.6563 μm) 之折射率。除了 F, d 及 C 線, 其它波長也可以用來作為 V 數及部份色散的指定波長。

在 OSLO 中, 波長 1 當作主要波長 (primary wavelength), 波長 2 是短波長 (short wavelength), 而波長 3 則是長波長 (long wavelength)。色像差的計算必須指定三個波長, 這些波長的預定值是 d, F 及 C。若指定使用其他波長, OSLO 則使用所指定的波長來計算 V 數。

傳統上, 在可見光譜範圍, 光學玻璃的折射率在光譜的藍色部分會比紅色部分高幾個百分比。兩個波長的玻璃折射率差別是這兩條線的色散。在波長為 F 及 C 線的案例中, 色散稱為主色散 (primary dispersion), 其他線的色散則是部份色散 (partial dispersion)。部份色散通常以比例表示, 例如, 對於 F 及 d 線的相關部份色散為：

$$P_{Fd} = \frac{n_F - n_d}{n_F - n_C} \quad (4.7)$$

光學玻璃的特徵通常展示在一個二維圖上, 稱為玻璃圖 (glass map)。此圖是折射率對 V 數的函數圖形。圖上的一點對應於一特殊玻璃。為方便起見, V 數是沿著 x 軸畫, 向右是 V 數值減少 (即增加色散能力), 一個典型的玻璃圖如圖 4.1 所示。

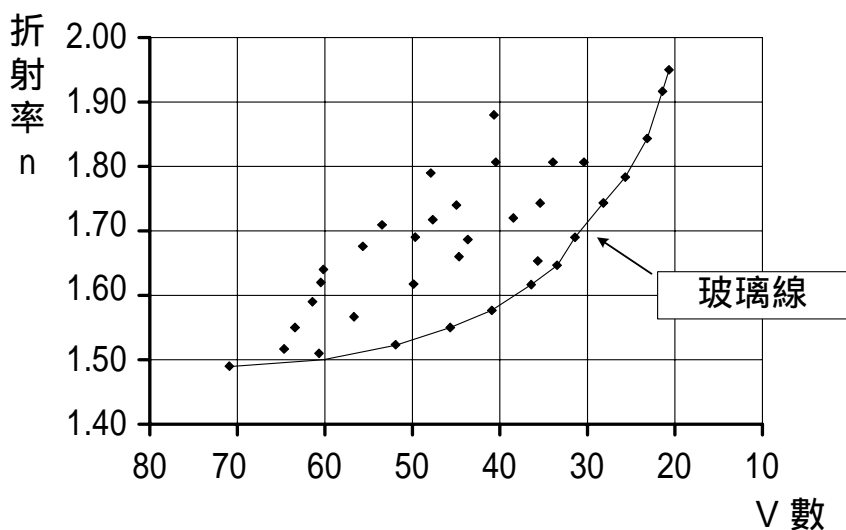


圖 4.1 玻璃圖 (glass map)

在玻璃圖上可看出一條邊界線，大部分玻璃要就落在這條邊界上，或以這條線為下界。這一條線稱為玻璃線 (glass line)。那些相對於玻璃線有段不小距離的光學玻璃可以給予光學設計者相當彈性在修正光學系統的色像差。然而玻璃應該是選擇在玻璃線上或其附近的，因為這樣的玻璃價格較便宜也較容易獲得。

4.2.2 熱係數 (thermal coefficients)

對於透鏡的使用溫度及其空氣間隔的大氣壓，OSLO 也提供了指令來執行。「tem」指令用作設定透鏡溫度 (其單位為攝氏 °C)，「pre」指令則是設定大氣壓力 (單位為大氣壓 atm)。內定的溫度是 20 °C，而內定的壓力為 1 大氣壓。例如，指令「tem 40」是設定透鏡溫度為 40 °C，指令「pre 0.9」則是設定壓力為 0.9 大氣壓。目前的溫度及壓力可由全域變數 (global variables) Tem 及 Pre 給定。欲展示目前的溫度，可以輸入「+tem」來看到。溫度及壓力也可以在「廣泛操作環境試算表編輯器」中設定，由「Show>>Operating Condition>>General menu command」顯示。

改變溫度會改變鏡組中玻璃的絕對折射率，由於空氣的折射率隨溫度及壓力改變，則玻璃的相對折射率 (對於空氣) 也跟著改變。在這裡要注意到 OSLO 在所有的計算中使用相對折射率，所以對於所有的溫度、壓力及波長，空氣的折射率永遠給定 1.0。若要指定真空當作玻璃元件間的介質，則需設定壓力為零。注意折射率對溫度變化的數據目前在 OSLO 中只有 Schott 玻璃才有。

一旦溫度改變時，折射率就會改變。改變溫度也會引起鏡組中玻璃和支座 (mounting) 以及間隔 (spacer) 材料的擴張 (expand) 或收縮 (contract)。玻璃元件的曲率半徑、軸向厚度 (axial thickness) 及孔徑半徑 (aperture radii) 是根據線性擴張模型來表示：

$$L(T + \Delta T) = (1 + \alpha \Delta T)L(T) \quad (4.8)$$

其中 L 是長度 (例如，厚度、曲率半徑、孔徑半徑)， T 是基礎溫度、 ΔT 是溫度的改變， α 是膨脹係數 (在 OSLO 中記作 TCE)。空氣間隔的膨脹是藉由計算相關的邊緣厚度之絕對改變加上厚度在軸向方向的改變。

膨脹係數是以 1×10^{-7} 為一單位。玻璃的熱膨脹內定值，則由玻璃目錄取得。對於空氣間隔的內定值是以鋁 (236.0×10^{-7}) 來的，這是因為我們假定空氣間隔材料都是用鋁。內定值可以藉由使用「tce」指令來改變。例如，「tce 5 128」指令設定面 5 的熱膨脹係數為 1.28×10^{-5} (128.0×10^{-7})，欲取消任意面的熱膨脹可

以藉由設定 TCE 值為 0 來作到。

消除溫度變化效應(Athermalization)

Athermalization 指的是使透鏡對溫度改變不敏感的過程。當透鏡的溫度及其周圍環境改變時，在 OSLO 有兩個效應可以用來說明他們對於光學成像品質的影響：熱膨脹(Thermal expansion)和折射率的熱變化(Thermal variation of refractive index)。

熱膨脹 當溫度增加時，在光學系統中的長度（曲率半徑、軸向厚度、間隔厚度、非球面及繞射面係數及孔徑半徑）粗略而言是成比例增加。這會根據每一種材料的熱膨脹係數的值（參考（4.8）式），熱膨脹係數的值在 Schott、Ohara 及 Corning 玻璃目錄中均有提供，可以使用 TCE 指令指定透鏡中各別玻璃或空氣間隔的熱膨脹係數值。

折射率的熱變化 光學材料（也就是玻璃）及空氣的折射率因溫度而改變，空氣的折射率以及玻璃的相對折射率會隨著大氣壓力而改變。Schott 玻璃目錄中有提供折射率對溫度的關係之係數，此係數也可以對增加到 Private 及 Shared 目錄的玻璃作指定。

透鏡的溫度及其周圍環境由使用「tem」指令或在「General Operation Conditions spreadsheet」中改變「Temperature」值來設定。「tem」指令的句法是：「tem temperature apply-thermal-expansion」，在此溫度 temperature 單位為 °C（內定值=20 °C，或室溫），apply-thermal-expansion 為「Yes」，則是透鏡中所有長度都會擴張，或「No」則長度不改變。如果溫度是經由「General Operation Conditions spreadsheet」而改變，則熱膨脹永遠產生作用。當溫度改變時，折射率會被重新計算。

OSLO 是以下面方法把熱膨脹用到透鏡上。首先，曲率半徑、非球面及繞射係數與每一面的孔徑半徑是根據鏡面的玻璃（即非空氣）的膨脹係數決定膨脹與否或多少；膠合面是根據這兩個膨脹係數的平均來膨脹。第二，每一個玻璃（即非空氣間隔）的軸向厚度也是根據此玻璃的膨脹係數來膨脹。最後，空氣間隔的膨脹是藉由計算間隔厚度的改變（若使用邊緣厚度也是相同的）再加上軸向厚度，所使用的膨脹係數視間隔材料而定（內定為鋁）。

欲看雷射雙透鏡(laser doublet)上溫度改變的效應，開放「public \len \demo \usrguide \lasrdbl.len」檔案並列印出透鏡數據（按「F9」），結果參見圖 4.2。輸出數據中的「Operating conditions: General」的最後一行顯示攝示溫度，內定值是 20 °C 或室溫。「REFRACTIVE INDICES」部份列出對每一面的玻璃（介

質) 及熱膨脹係數 (TCE) 的值, 請注意 AIR 的折射率永遠是 1.0, 空氣間隔的 TCE 值是鋁的值 (236.0×10^{-7})。

*CONDITIONS: GENERAL			
Image surface:	5	Aperture stop:	1
Evaluation mode:	Focal	Reference surface:	1
Aberration mode:	Transverse	Aperture checking:	On
Number of rays in fans:	21	Designer:	OSLO
Units:	mm	OSLO Premium Edition-Rev	6.1 CKU-A
Wavefront ref sph pos:	Exit pupil	OPD reported in wavelengths:	On
Callback level:	1	Print surface group data:	On
Compute solves in alt. configs:	Off	Zernike polynom. reference axis:	Y
Ray aiming mode:	Central refer. ray	Ext. aper. beam angle:	90.000000
Source astigmatic dist:	--	Ray aiming type:	Aplanatic
Plot ray-intercepts as H-tan U:	Off	Global ref. surf. for ray data:	1
Symmetry state:	Automatic	Evaluation z-axis: Image srf z-axis	
Use equal image space incrmnts.:	Off	Diffraction efficiency calcs.:	Off
Temperature:	20.000000	Pressure:	1.000000

*REFRACTIVE INDICES			
SRF	GLASS	RN1	TCE
0	AIR	1.000000	--
1	LASF35	2.014931	74.000000
2	AIR	1.000000	236.000000
3	LASF35	2.014931	74.000000
4	AIR	1.000000	236.000000
5	IMAGE SURFACE		

圖 4.2 雷射雙透鏡(laser doublet)上溫度改變的效應

執行近軸分析 (按「F10」並注意「Effective focal length」及「Image numerical aperture」, 從軸上場點追蹤一斑點圖並注意特徵化系統的成像品質的 Strehl 比, 結果參見圖 4.3。

*PARAXIAL SETUP OF LENS			
APERTURE			
Entrance beam radius: *	15.000000	Image axial ray slope:	-0.250000
Object num. aperture:	1.5000e-19	F-number:	2.000002
Image num. aperture:	0.250000	Working F-number:	2.000002
FIELD			
Field angle: *	5.7296e-05	Object height:	-1.0000e+14
Gaussian image height:	6.0000e-05	Chief ray ims height:	5.9993e-05
CONJUGATES			
Object distance:	1.0000e+20	Srf 1 to prin. pt. 1:	-14.441922
Gaussian image dist.:	32.403766	Srf 4 to prin. pt. 2:	-27.596282
Overall lens length:	23.900000	Total track length:	1.0000e+20
Paraxial magnification:	-6.0000e-19	Srf 4 to image srf:	32.398000
OTHER DATA			
Entrance pupil radius:	15.000000	Srf 1 to entrance pup.:	--
Exit pupil radius:	12.089964	Srf 4 to exit pupil:	-15.956128
Lagrange invariant:	-1.5000e-05	Petzval radius:	-205.107372
Effective focal length:	60.000049		

*TRACE REFERENCE RAY					
FBY	FBX	FBZ			
--	--	--			
FYRF	FXRF	FY	FX		
--	--	--	--		
YC	XC	YFS	XFS	OPL	REF SPH RAD
--	--	0.005766	0.005766	66.447315	48.354128

```
*SPOT DIAGRAM - FBY 0.00, FBX 0.00, FBZ 0.00 - MONOCHROMATIC
APDIV 17.030000
WAVELENGTH 1
WAV WEIGHTS:
  WW1
  1.000000
NUMBER OF RAYS TRACED:
  WW1
  232
PER CENT WEIGHTED RAY TRANSMISSION: 100.000000

*SPOT SIZES
  GEO RMS Y   GEO RMS X   GEO RMS R   DIFFR LIMIT   CENY   CENTX
  0.000490   0.000490   0.000692   0.001593     --     --

*WAVEFRONT RS
WAVELENGTH 1
  PKVAL OPD   RMS OPD   STREHL RATIO   RSY   RSX   RSZ
  0.033080   0.011037   0.995416     --     --     --
```

圖 4.3 近軸分析內定溫度(20 ° C)結果

現在藉由指令「tem 40 yes」或在「General Operating Conditions spreadsheet」設定「temperature」到 40 來改變溫度到 40 ° C。列出透鏡數據 (按 F9), 並比較面數據及折射率與原始值。執行近軸分析 (按 F10), 並比較新焦距及數值孔徑與原始值。從軸上場點追蹤一個斑點圖, 並比較此時 Strehl 比與原先的 Strehl 比。結果參見圖 4.4 及圖 4.5。

```
*CONDITIONS: GENERAL
Image surface: 5 Aperture stop: 1
Evaluation mode: Focal Reference surface: 1
Aberration mode: Transverse Aperture checking: On
Number of rays in fans: 21 Designer: OSLO
Units: mm OSLO Premium Edition-Rev 6.1 CKU-A
Wavefront ref sph pos: Exit pupil OPD reported in wavelengths: On
Callback level: 1 Print surface group data: On
Compute solves in alt. configs: Off Zernike polynom. reference axis: Y
Ray aiming mode: Central refer. ray Ext. aper. beam angle: 90.000000
Source astigmatic dist: -- Ray aiming type: Aplanatic
Plot ray-intercepts as H-tan U: Off Global ref. surf. for ray data: 1
Symmetry state: Automatic Evaluation z-axis: Image srf z-axis
Use equal image space incrmnts.:Off Diffraction efficiency calcs.: Off
Temperature: 40.000000 Pressure: 1.000000
```

```
*LENS DATA
He-ne f/2 doublet focusing lens
SRF RADIUS THICKNESS APERTURE RADIUS GLASS SPE NOTE
OBJ -- 1.0000e+20 1.0000e+14 AIR
AST 41.046074 5.000740 15.002220 A LASF35 C
2 -542.755316 13.906183 15.002220 AIR
3 -40.701023 5.000740 9.001332 LASF35 P
4 -124.348401 32.413446 9.001332 AIR
IMS -- -- 0.002000
```

```
*REFRACTIVE INDICES
SRF GLASS RN1 TCE
0 AIR 1.000000 --
1 LASF35 2.015019 74.000000
2 AIR 1.000000 236.000000
3 LASF35 2.015019 74.000000
4 AIR 1.000000 236.000000
5 IMAGE SURFACE
```

圖 4.4 雷射雙透鏡(laser doublet) 40 ° C 時條件

```

*PARAXIAL SETUP OF LENS
APERTURE
Entrance beam radius: * 15.000000 Image axial ray slope: -0.250019
Object num. aperture: 1.5000e-19 F-number: 1.999846
Image num. aperture: 0.250019 Working F-number: 1.999846
FIELD
Field angle: * 5.7296e-05 Object height: -1.0000e+14
Gaussian image height: 5.9995e-05 Chief ray ims height: 6.0022e-05
CONJUGATES
Object distance: 1.0000e+20 Srf 1 to prin. pt. 1: -14.445991
Gaussian image dist.: 32.392006 Srf 4 to prin. pt. 2: -27.603364
Overall lens length: 23.907663 Total track length: 1.0000e+20
Paraxial magnification: -5.9995e-19 Srf 4 to image srf: 32.413446
OTHER DATA
Entrance pupil radius: 15.000000 Srf 1 to entrance pup.: --
Exit pupil radius: 12.089120 Srf 4 to exit pupil: -15.960743
Lagrange invariant: -1.5000e-05 Petzval radius: -205.128913
Effective focal length: 59.995370
    
```

```

*TRACE REFERENCE RAY
      FBY      FBX      FBZ
      --      --      --
      FYRF      FXRF      FY      FX
      --      --      --      --
      YC      XC      YFS      XFS      OPL      REF SPH RAD
      --      --      -0.021440  -0.021440  66.472805  48.374189
    
```

```

*SPOT DIAGRAM - FBY 0.00, FBX 0.00, FBZ 0.00 - MONOCHROMATIC
APDIV 17.030000
WAVELENGTH 1
WAV WEIGHTS:
  WW1
  1.000000
NUMBER OF RAYS TRACED:
  WW1
  232
PER CENT WEIGHTED RAY TRANSMISSION: 100.000000

*SPOT SIZES
  GEO RMS Y  GEO RMS X  GEO RMS R  DIFFR LIMIT  CENTY  CENTX
  0.004049  0.004049  0.005726  0.001593  --  --

*WAVEFRONT RS
WAVELENGTH 1
  PKVAL OPD  RMS OPD  STREHL RATIO  RSY  RSX  RSZ
  1.396176  0.415336  0.042744  --  --  --
    
```

圖 4.5 近軸分析 40 ° C 結果

在大部份的案例中，溫度改變的效應只限於一階效應，也就是僅改變在焦點位置及放大率。如果此透鏡有聚焦機制，則它可以用來抵消溫度改變（此時焦位移 (focal shift) 可稱為溫度改變的補償器(Compensator)），這可以藉由使用「Auto focus」（按 SHIFT+F12）來看，然後重新追蹤軸上斑點圖。此時可由 Strehl 比看出系統已被修正。結果參見圖 4.6。

```

*TRACE REFERENCE RAY
  FBY      FBX      FBZ
  --      --      --
  FYRF     FXRF     FY      FX
  --      --      --      --
  YC       XC       YFS     XFS      OPL    REF SPH RAD
  --      --      0.010274  0.010274  66.441091  48.342475

*SPOT DIAGRAM - FBY 0.00, FBX 0.00, FBZ 0.00 - MONOCHROMATIC
APDIV 17.030000
WAVELENGTH 1
WAV WEIGHTS:
  WW1
  1.000000
NUMBER OF RAYS TRACED:
  WW1
  232
PER CENT WEIGHTED RAY TRANSMISSION: 100.000000

*SPOT SIZES
  GEO RMS Y  GEO RMS X  GEO RMS R  DIFFR LIMIT  CENY  CENTX
  0.000584  0.000584  0.000826  0.001592  --  --

*WAVEFRONT RS
WAVELENGTH 1
  PKVAL OPD  RMS OPD  STREHL RATIO  RSY  RSX  RSZ
  0.111433  0.027699  0.970185  --  --  --
    
```

圖 4.6 用焦位移作溫度改變的補償下近軸分析結果

若無焦距調整機制中，消除溫度變化效應(athermalization)較困難，此時必須小心地選擇材料（玻璃以及支座和間隔），使得透鏡的溫度改變效應可藉由其他部份上的效應來消除。

4.2.3 其他玻璃數據(Other glass data)

除了提供用作計算折射率、色散及熱特性的係數之外，OSLO 玻璃目錄也包含描述光學材料的其他特性之數據，只要廠商有提供。雖然大部份的這些數據（除了膨脹的熱係數及 dn/dT ）不是給 OSLO 程式用，但由玻璃目錄輸入一個透鏡時，這些資料會開放給光學設計者參考。其資料格式如圖 4.7 所示。

對於圖 4.7 的數據意義及單位資料，請參閱「Schott Optical Glasses catalog」(Schott Glass Technologies, Inc. 400 York Avenue, Duryea, PA 18642, tel 717-457-7485, fax 717-457-6960)。

n	折射率(在波長 1 主波長)
V	Abbe 數(在波長 1,2,3)
dens	密度(g/cm^3)
hard	Knoop hardness, HK
chem.	化學特性(氣候(CR)、染料(FR)、酸性物質(SR)、鹼性物質(AR)、磷酸物質(PR))
dndT	單位溫度內折射率的改變量($1 \times 10^{-6}/K$)

TCE	熱膨脹係數($1 \times 10^{-7}/K$)
bub	Bubble group
trans	內部傳送(厚度 25mm, 波長 400nm)
cost	相對於 BK7(在 Schott 型錄)或 BSL7(在 Ohara 型錄)
avail	可利用的密碼

圖 4.7 其它典型玻璃數據

4.3 折射率及色散之最佳化(Optimizing refractive index and dispersion)

光學材料的折射率及色散是分離量(discrete quantities), 亦即, 光學特性是材料的特徵且不可改變的。為了在一個光學系統中使玻璃得以最佳化, 必須建立一個模型允許光學特性可以連續變化。至少對於在 OSLO 中所使用的最小阻尼平方法 (damped least squares algorithm) 是必要的。最佳化後, 必須挑選一個其特性符合在模型中接近所使用的特性之真實玻璃。而因為沒有甚麼玻璃可供使用, 又玻璃變數本質上是二維的 (折射率及色散), 所以玻璃的最佳化比起曲率及厚度的最佳化還要難。

4.3.1 玻璃係數的連續變化模型(model glasses)

為了發展一個實用的玻璃之光學特性的最佳化模型, 我們必須作一個適度的變數選擇來減少問題的維度。如上所述, 此模型是二維的, 但由於折射率相對於波長呈非線性, 所以實際上維度是大於 2 的。例如, 使用前面所述的 Conrady 公式, 就給予了三維的模型 (n_0, A, B)。雖然它提供了一個折射率, 相對於波長的精確表示, 但這樣的模型是不行的。這有兩個理由: 第一, 搜尋範圍 (search region) 的維度將使最佳化更困難; 第二, 即使找到一個解, 但由於缺乏真正適合的玻璃因此也不可能得到一個滿意的相等物。

藉由假設只有使用正常的玻璃(normal glass)來將問題減少到二維是可能的, 正常玻璃即是在任何波長的部份色散均正比於 V 數, 也就是, 對於任意波長 x 及 y , 部份色散為:

$$P_{xy} \equiv \frac{n_x - n_y}{n_F - n_C} \approx a_{xy} + b_{xy}V \quad (4.9)$$

在此方程式中常數可以藉由取去被視為正常 (normal) 的兩個玻璃並使用實際數據求解來決定。此兩個玻璃是 K7 及 F2, 這是根據 Schott 型錄的推薦。

假設 (4.9) 式是對的, 我們去掉折射率對波長之非線性, 可以找到玻璃的複消色差 (apochromatic) 的結合, 即在最佳化期間, 修正第二光譜(secondary

spectrum)的一組玻璃。由於複消色差的結合畢竟是罕有的，所以這不是特別重要的限制，而且彩色的非線性性質 (chromatic nonlinearity) 與色球差 (spherochromatism) 相比通常較小。

雖然上面描述的模型是二維的，但在 OSLO 中使用一個變數的方法來實行對大部份系統的最佳化是可能的。OSLO 作法的基礎是由修改玻璃圖上並使得折射率是以色散 ($n_F - n_C$) 的函數來顯示，而非 V 數。圖 4.8 顯示對於之前使用的一些玻璃之數據。

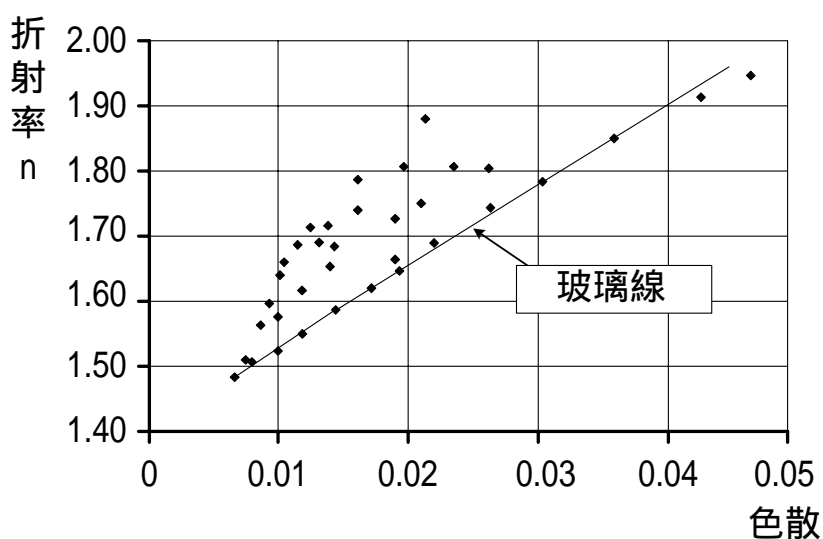


圖 4.8 玻璃圖

所謂的玻璃線 (glass line)，即圖的右下邊緣並包含大部份的真實玻璃的線，已由曲線變為幾近直線，這促使材料參數 n (折射率) 及 n (色散) 轉換成兩個衍生變數 RN 及 DN，此兩個變數在 OSLO 中根據下面的情況來定義。

RN 變數是改變一個模型化玻璃的折射率及色散，而此玻璃是在新的玻璃圖的直線上。沿著折射率及色散改變的線是連結特徵化起始玻璃的點到特徵化 FK5 玻璃 (在相當左下角) 的點，圖 4.9 是顯示起始玻璃為 BASF51 的案例。

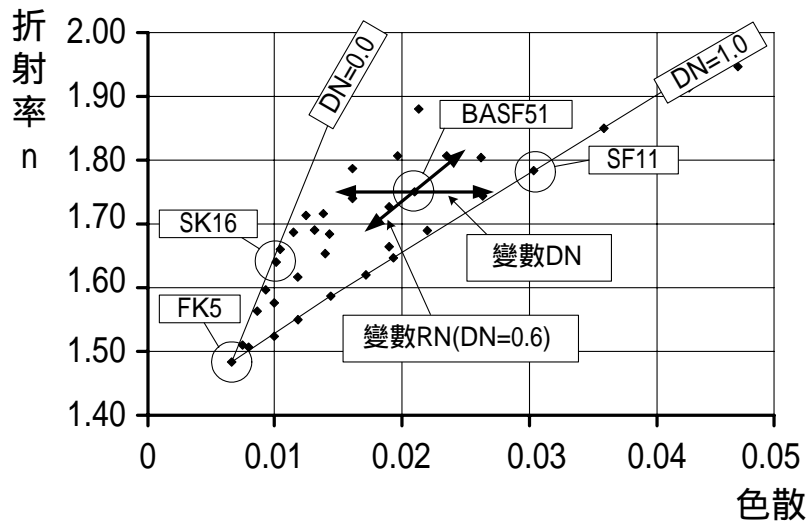


圖 4.9 玻璃圖

變數 DN 改變色散而沒有改變折射率，將其歸一化，則 0.0 的值相當於沿著連接玻璃 SK16 到玻璃 FK5 之線的點，1.0 的值則相當於沿著連接玻璃 SF11 到玻璃 FK5 之線的點。DN 為 1.0 也表示了玻璃是沿著玻璃線，而 0.0 的值則表示玻璃近似於給定的折射率可以得到的最低色散。

對於許多問題只使用 RN 變數，上面的規則是可行的。如果選擇起始玻璃沿著玻璃線 (ADN=1.0)，則 OSLO 將保持玻璃沿著這一條線，以增加一個實際玻璃可以找到最佳化期間匹配模型化玻璃的可能性。

4.3.2 玻璃之確定 (fixing glass)

OSLO 擁有一個程式其可取出模型化玻璃並審視能使用的玻璃目錄來找到最接近真實玻璃。它藉由限制玻璃在折射率相對於 V 數玻璃圖上玻璃的 RMS 距離來作到。

4.3 軸向及橫向色像差(Axial and lateral chromatic aberration)

光學玻璃的色散會使光所穿透的透鏡特性與波長有關，亦即有色像差 (chromatic aberration)。有兩種型式的一階或近軸色像差，一種稱軸向色像差 (axial chromatic aberration 或 axial color) 與透鏡攜帶所有波長的光到相同平面上的一個焦點的能力有關。軸向色像差表示於圖 4.10，由圖可看到焦點位置的差別。在例子中顯示，藍光焦點比紅光焦點接近透鏡，這稱為修正不足色像差 (undercorrected axial chromatic aberration)，對正單透鏡而言很普通。透鏡的軸向色像差的大小可以藉由在近軸像平面 (nominal image plane) 上長波長及短波長之間的軸光線之焦點位置的位移 或高度的差 來指定，後面這項指明稱

為主軸向色差 (primary axial color, PAC)。如果藍光焦點比紅光焦點接近透鏡，使得圖 4.10 中藍光光線與像平面的交會處之光線高度比紅光的低，則主軸向色差為負值，或是修正不足。

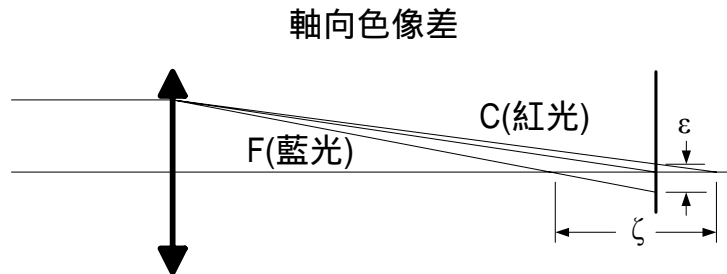


圖 4.10 軸向色像差

圖 4.11 顯示一個已對主軸向色差作修正的兩個透鏡系統，但卻有另一個不同型態的近軸色像差。紅光與藍光焦點已經改好，但透鏡的有效焦距 (在紅光與藍光中卻不同，在焦距中的差別引起透鏡放大率中顏色的差別，稱為主橫向色差 (primary lateral color, PLC)。橫向色差可以藉由給予被追蹤經過此系統在短波長及長波長的主光線在像平面上的光線高度的差別來量測。如果紅光影像比藍光影像高，則像差修正不足，而且是負值。

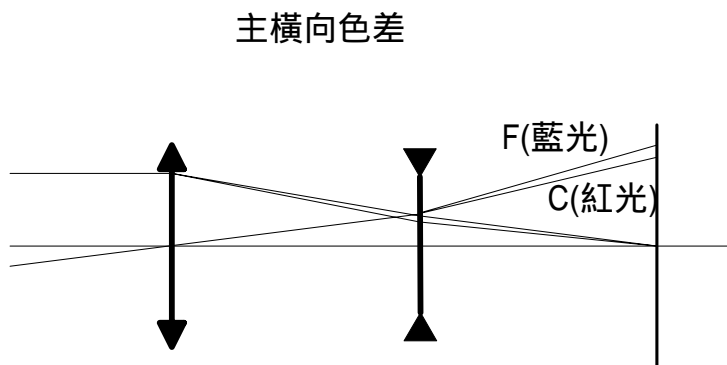


圖 4.11 主軸向色差修正

除了主軸向及橫向色差，有另一個重要的近軸色像差，稱為二級光譜 (secondary spectrum)，這是由玻璃的折射率不隨波長呈線性改變所造成的。一個消色差透鏡 (achromatic lenses) 是對兩個波長的色像差作修正，但有殘餘像差也就是其他波長的第二級光譜。在 OSLO 中，二級光譜顯示為二級軸向色差 (secondary axial color, SAC) 及二級橫向色差 (secondary lateral color, SLC)，這是由於使用對於波長 1 及 2 的折射率差別作計算，而非對波長 2 及 3。對三個波長作修正的透鏡稱為複消色差 (apochromatic)。

除了近軸色像差之外，有一個單色光之像差的色變化(chromatic variation)。

其中最重要的通常是球面像差的色變化，稱為色球差 (spherochromatism)。

4.4 色像差的計算(Calculation of chromatic aberration)

在一個光學系統中的色像差的量可以藉由近軸光線覓跡來決定。下面，我們展示一個在由 BK7 玻璃所製的簡單透鏡的三個顏色之近軸光線覓跡。透鏡數據參見圖 4.12。

*LENS DATA						
BK7 single lens						
SRF	RADIUS	THICKNESS	APERTURE RADIUS	GLASS	SPE	NOTE
OBJ	--	1.0000e+20	1.7633e+19	AIR		
AST	50.731000	6.500000	15.000000	A	BK7	C
2	-50.731000	47.986599	15.000000		AIR	
IMS	--	--	8.847573	S		
*REFRACTIVE INDICES						
SRF	GLASS	RN1	RN2	RN3	VNBR	TCE
0	AIR	1.000000	1.000000	1.000000	--	--
1	BK7	1.516800	1.522376	1.514322	64.166410	71.000000
2	AIR	1.000000	1.000000	1.000000	--	236.000000
3	IMAGE SURFACE					
*PARAXIAL TRACE						
SRF	PY	PU	PI	PYC	PUC	PIC
3	-5.2640e-09	-0.019929	-0.019929	8.847573	0.168629	0.168629
*PARAXIAL TRACE (WAVELENGTH 2)						
SRF	PY	PU	PI	PYC	PUC	PIC
3	-0.010476	-0.020141	-0.020141	8.842187	0.168575	0.168575
*PARAXIAL TRACE (WAVELENGTH 3)						
SRF	PY	PU	PI	PYC	PUC	PIC
3	0.004656	-0.019835	-0.019835	8.849979	0.168654	0.168654

圖 4.12 BK7 玻璃簡單透鏡的三色光之近軸光線覓跡

將波長 2 中的軸光線高度以波長 3 中的軸光線高度代替，我們發現軸向色差為 $PAC = -0.010476 - 0.004656 = -0.015132$ ，對主光線重複上面的計算，則 $PLC = 8.842187 - 8.849979 = -0.007792$ 。

雖然直接追蹤經過透鏡的近軸光線提供一個簡明的計算色像差過程，但它對於考慮一個透鏡在總軸向或橫向色像差上的各別效應較有用。而一個透鏡的總色

差可以表示為面貢獻的總合。在一個有 K 面的系統中，軸光線及主光線的橫向像差 (transverse aberration) 可以寫為：

$$\begin{aligned}\varepsilon_a &= \frac{1}{n_k u_{ak}} \sum_{j=1}^k C_{aj} \\ \varepsilon_b &= \frac{1}{n_k u_{ak}} \sum_{j=1}^k C_{bj}\end{aligned}\tag{4.10}$$

面貢獻在近軸光線數據 (比較 (1.19) 式) 的項目中給定，而在鏡面的兩邊上的色散 $dn = n_F - n_C = (n-1) / V$ 由下式給定

$$\begin{aligned}C_{aj} &= n_j y_{aj} i_{aj} \left(\frac{dn_j}{n_j} - \frac{dn'_j}{n'_j} \right) \\ C_{bj} &= \frac{i_{bj}}{i_{aj}} C_{aj}\end{aligned}\tag{4.11}$$

在 OSLO 中，對於上面透鏡的面貢獻由指令「chr」來顯示。一個例子參見圖 4.13。

*CHROMATIC ABERRATIONS				
SRF	PAC	SAC	PLC	SLC
1	-0.005252	-0.003636	-0.046980	-0.032527
2	-0.009881	-0.006842	0.039172	0.027122
SUM	-0.015133	-0.010478	-0.007807	-0.005406

圖 4.13 色差顯示

參考文獻

1. OSLO Optical Reference version 5 (Sinclair Optics, 1996) chapter 4.
2. P. N. Robb and R. I. Mercado, "Calculation of refractive indices using Buchdahl's chromatic coordinate," *Applied Optics*, **22**, 1198-1215 (1983)
3. G. W. Forbes, "Chromatic coordinates in aberration theory," *J. Opt. Soc. Am. A1*, 344-349 (1984).
4. R. E. Fischer and B. Tadic-Galeb, "Optical System Design," (SPIE Press-McGraw-Hill, 2000) Chapter 6。讀者宜參考此書以獲得更多知識。讀者可以由此得到有關各式各樣玻璃材質如何去選定以及塑膠材質的基本特性。

習題

1. 利用 catalog lens 去選定幾家不同公司(如 Edmund 或 Melles-Griot)的 doublet lens 與 triplet lens , 然後改變其材質 , 討論光學特性的改變。
2. 以下列特性 , 整理列表(1) BK7, (2) LaSFN9, (3) SF11, (4) F2, (5) BaK1, (6) Optical quality fused silica, (7) Optical crown glass, (8) LEBG, (9) Sapphire, (10) Zinc Selenide 等材質 :
 - i. Usable Transmission Range
 - ii. Index of refraction
 - iii. Thermal expansion coefficient
 - iv. Basic other features and characteristics
3. 常見塑膠材質有(1) acrylic, (2) polystyrene, (3) polycarbonate, (3) COC 列表討論特性。